

# 2023年度 随時応募枠共同利用研究報告書

2024年02月29日

所属・職名 九州大学数理学研究院・准教授

新居 俊作

		整理番号	2023c007	
1.研究計画題目	幾何と数値解析			
2.新規・継続	新規			
3.種別	随時募集枠			
4.種目	研究集会（Ⅱ）			
5.開催方法	対面開催			
6.研究代表者	氏名	新居 俊作		
	所属 部局名	九州大学数理学研究院	職名	准教授
7.研究実施期間	2023年12月10日(日曜日)～2023年12月10日(日曜日)			
8.キーワード	数値解析、幾何学、Finite Element Exterior Calculus			
9.参加者人数	10人			

## 10.本研究で得られた成果の概要

数値解析において、問題の複雑さに釣り合いな程の計算資源を利用してもなかなか十分な精度が得られないような問題の例も少なくない。その種の問題を効率よく解決する方向性の一つとして、問題の持つ幾何学的な構造を反映した計算方法を用いるというアイデアがある。その様な背景のもとで本研究集会は開催され、数値解析に問題の持つ幾何学的な構造を反映した手法を開発することを既に手がけている、あるいは関心を持っている各講演者による最新の研究の進展状況の解説とともに、議論、情報交換を行い、今後の研究方針についての認識、必要な技能、知識の共有が行われた。特に、講演者としてではなく、一般参加者として出席していた幾何学者による有意義なコメントや知識の提供があり、新たな知見に繋がる可能性のある方向性が示された。

# 成果報告書

先ず背景として、数値解析の手法の研究は計算機の発達と共に進展してきて現代では工学の多くの分野で使われており、かつての手計算では到底不可能であったことが行われるようになってきている。その様な状況にあっても、未だに、問題の複雑さに釣り合いな程の計算資源を利用してもなかなか十分な精度が得られないような問題の例も少なくない。その種の問題を効率よく解決する方向性の一つとして、問題の持つ幾何学的な構造を反映した計算方法を用いるというアイデアがある。

具体的な例としては、研究代表者が以前に当時の大学院生の関坂氏と共同で行った研究に [1] があるが、そこでは問題を幾何学的に捉え直すことにより、それ以前に [2] で行われていたよりも圧倒的に少ない計算量で、後者より広い範囲のパラメータについて検証することに成功している。また、今回の招待講演者の深川氏 (DeepFlow 株式会社 代表取締役) は、離散微分幾何学を利用した流体の大規模数値計算法を開発し、現在非常に大きな成果を上げている。更に、D.Arnold による Finite Element Exterior Calculus [3] は今後本格的に活用される様になってゆくと思われる。

以上の背景のもとで、2023年12月10日 10:00 ~ 17:30 に九州大学東京オフィス会議室にて本研究集会は開催され、以下の様な講演、討論が行われた：

- 講演者：深川 宏樹 氏 (DeepFlow 株式会社)  
講演タイトル：微分形式で表される場の方程式の離散化
- 講演者：廣瀬 三平 氏 (芝浦工業大学デザイン工学部)

講演タイトル：離散外積代数とミメティック離散化の関係について

- 講演者：新居俊作 氏 (九州大学数理学研究院)

講演タイトル：“Finite Element Exterior Calculus” のためのトポロジー入門

- “Finite Element Exterior Calculus” についての討論

数値解析に問題の持つ幾何学的な構造を反映した手法を開発することを既に手がけている、あるいは関心を持っている各講演者による最新の研究の進展状況の解説とともに、議論、情報交換を行い、今後の研究方針についての認識、必要な技能、知識の共有が行われた。特に、講演者としてではなく、一般参加者として出席していた幾何学者による有意義なコメントや知識の提供があり、新たな知見に繋がる可能性のある方向性が示された。

## References

- [1] A. Sekisaka and S. Nii, ” *Computer assisted verification of the eigenvalue problem for one-dimensional Schrodinger operator* ” in *Mathematical Challenges to a New Phase of Materials Science* , pp. 145-157, Springer (2016)
- [2] K. Nagatou, M. Plum, M. Nakao, ” *Eigenvalue excluding for perturbed periodic one-dimensional Schrodinger operators*” in *Proc. R. Soc. A*, 159, (2011)
- [3] D. Arnold, ” *Finite Element Exterior Calculus*”, *CBMS-NSF Regional Conference Series in Applied Mathematics 93*, SIAM, (2018)

# 九州大学IMI共同利用( 研究集会(II) )

## 幾何と数値解析

日時：2023年12月10日 10:00 ~ 17:30

会場：九州大学東京オフィス会議室

東京都千代田区有楽町1丁目7番1号有楽町電気ビルヂング 北館8階810-811区

### 10:00~11:30

講演者：深川 宏樹 (DeepFlow 株式会社)

講演タイトル：微分形式で表される場の方程式の離散化

### 13:00~14:30

講演者：廣瀬 三平 (芝浦工業大学デザイン工学部)

講演タイトル：離散外積代数とミメティック離散化の関係について

### 14:45~15:45

講演者：新居俊作 (九州大学数理学研究院)

講演タイトル：“Finite Element Exterior Calculus” のためのトポロジー入門

### 16:00~17:30

“Finite Element Exterior Calculus” についての討論

# Geometry, Topology and Numerical Analysis

Date : 10 Dec. 2023, 10:00 ~ 17:30

Place : Tokyo Office, Kyushu University

## **10:00~11:30**

Speaker : Hiroki Fukagawa (DeepFlow,Inc.)

Title : The discretization of field equations expressed in differential form

## **13:00~14:30**

Speaker : Sanpei Hirose (College of Engineering and Design, Shibaura Institute of Technology)

Title : On the relationship between a discrete exterior calculus and a mimetic discretization method

## **14:45~15:45**

Speaker : Shunsaku Nii (Faculty of Mathematics, Kyushu University)

Title : An introductory lecture on topology for Finite Element Exterior Calculus

## **16:00~17:30**

Discussion on “Finite Element Exterior Calculus”