

2024年度共同利用研究報告書

2024年09月07日

所属・職名 愛媛大学・データサイエンスセンター・准教授

石川 勲

		整理番号	2024a034	
1.研究計画題目	Besov空間におけるKoopman作用素による力学系のデータ駆動的な構造解析手法の研究			
2.新規・継続	継続			
3.種別	一般研究			
4.種目	短期共同研究			
5.開催方法	対面開催			
6.研究代表者	氏名	石川 勲		
	所属 部局名	愛媛大学・データサイエンスセンター	職名	准教授
7.研究実施期間	2024年06月06日(木曜日)~2024年06月07日(金曜日)			
8.キーワード	Koopman作用素, 合成作用素, Besov空間, 力学系, 位相的データ解析			
9.参加者人数	37人			

10.本研究で得られた成果の概要

今回の共同利用研究の懸案である一般次元のユークリッド空間上のBesov空間におけるKoopman作用素の有界性と力学系の性質の関係性について、共同利用での集中的な議論を通して、2022年度の共同利用研究で取り扱った1次元の場合の結果を高次元に拡張する上で、ユークリッド空間に定まる力学系の種類が1次元に比べて格段に多様になることで、既存の証明のテクニックが直接適用できなくなるのが浮き彫りになった。例えば、 1 次元では同相写像は自動的に単調写像になるが、 2 次元では病的な挙動をする同相写像が存在する。このようなものを取り扱うために、Besov空間におけるatom分解などの拡張といった本質的な技術的革新が必要になる。また、我々の既存のアプローチでは高いorderを低いorderの場合に帰着する帰納的な証明を行なったが、一般の次元では低いorderの場合の既存研究が充実しておらず、低いorderの場合をくまなく解決する必要性があることも判明した。一般次元に関して今後解決すべき問題が明確になり、この問題を解決できれば論文執筆をする上で十分な内容になる。

また、今回のワークショップを通じて会った研究者とKoopman作用素によるデータ解析手法を用いた新しい共同研究も始まった。具体的には離散的な状態空間における確率分布の時間発展を記述する力学系をデータ駆動的に復元する研究と、神経活動の時系列データから神経活動を支配するダイナミクスを推定する問題である。これらの研究も論文としてまとめられるよう進めていく予定である。

2024年度九州大学 IMI 共同利用 一般研究-短期共同研究

Besov 空間における Koopman 作用素による 力学系のデータ駆動的な構造解析手法の研究

成果報告書

池田 正弘 (理化学研究所) 石川 勲* (愛媛大学) 谷口 晃一 (静岡大学)

本稿では、共同利用研究の期間中 (6/6-6/7) における活動の詳細、及び、その活動期間前後における準備や事後の活動について報告する。

1 スケジュール

期間中のスケジュールは以下の通りである。公開プログラムは6日午後、および、7日の「データ解析の数理ワークショップ：力学系・トポロジー・機械学習の協奏」のみであり、それ以外は非公開としている。

6月6日 (木)

10:00 – 15:00 研究討論

参加者：石川勲 (愛媛大学)・池田正弘 (理化学研究所)・谷口晃一 (東北大学)

15:00 – 17:30 データ解析の数理ワークショップ：力学系・トポロジー・機械学習の協奏 (1日目)

- 15:00 – 15:40 講演

講演者：谷口 晃一 (静岡大学)

タイトル：Besov 空間上の Koopman 作用素について

- 15:40 – 15:50 休憩・自由討論

- 15:50 – 16:30 講演

講演者：山田 泰輝 (東京大学)

タイトル：位相的データ解析を用いた力学系の学習器に対する粗い評価

- 16:30 – 16:40 休憩・自由討論

- 16:40 – 17:20 講演

講演者：神谷 俊輔 (東京大学)

タイトル：Koopman 作用素を用いた動的類似解析によるダイナミクス間距離の定量化

- 17:20 – 17:30 休憩・自由討論

*代表研究者

6月7日(金)

10:00 – 18:00 データ解析の数理ワークショップ：力学系・トポロジー・機械学習の協奏
(2日目)

- 10:30 – 11:10 講演
講演者：石川 勲 (愛媛大学)
タイトル：局所解析的汎関数上の押し出しの有限次元近似について
- 11:10 – 11:20 休憩・自由討論
- 11:20 – 12:00 講演
講演者：坂田 逸志 (理化学研究所)
タイトル：Koopman 作用素のスペクトルに着目した非周期的なダイナミクスの解析
- 12:00 – 13:30 昼休憩・自由討論
- 13:30 – 14:10 講演
講演者：ガラムカリ 和 (理化学研究所)
タイトル：高次相互作用によるテンソル分解
- 14:10 – 14:20 休憩・自由討論
- 14:20 – 15:00 講演
講演者：鍛冶 静雄 (九州大学)
タイトル：平面グラフ上の位相的な信号フィルタリング
- 15:00 – 15:10 休憩・自由討論
- 15:10 – 15:50 講演
講演者：石塚 裕大 (九州大学)
タイトル：ニホンザルの押し出しの数理モデルとその統計力学的な解析
- 15:50 – 16:10 休憩
- 16:10 – 16:50 講演
講演者：奥野 彰文 (統計数理研究所)
タイトル：Autoregressive with slack time series model for forecasting a partially-observed dynamical time series
- 16:50 – 17:00 休憩・自由討論
- 17:00 – 17:40 講演
講演者：宇田 智紀 (富山大学)
タイトル：流線トポロジー解析の気象学・海洋学への応用
- 17:40 – 18:00 休憩・自由討論

2 参加人数について

研究討論は研究代表者、池田氏、谷口氏の3人で行った。公開プログラムはハイブリッドで行い全部で37名の参加があった。

3 採択から会合までの準備期間で行ったこと

研究代表者、および、池田氏、谷口氏で実施した 2022 年度九州大学 IMI 共同利用一般研究-短期共同研究「Besov 空間における Koopman 作用素の有界性の研究とその応用」において大きく進展し、現在は数学の学術雑誌に掲載済みの研究成果 [1] を一般次元の場合に拡張するために、周辺の文献の調査を行い、また、既存手法を精査することで 6 月 6 日の議論を効率的に進められるようにした。また、数理と機械学習の学際的な交流を目指してワークショップ開催のために、周辺の研究者への講演依頼や参加の呼びかけを行った。

4 会合中の研究討論および成果

2022 年度九州大学 IMI 共同利用において議論を行なった研究 [1] は 1 次元ユークリッド空間上の Besov 空間において定まる合成作用素の有界性の特徴づけを、Besov 空間が higher order が高い場合に与えたものであった。一方、合成作用素は Koopman 作用素とも呼ばれ、データ解析の応用も考えられており、合成作用素の有界性をはじめとする数学的性質はその応用への理論保証において重要な役割を担う。そのため、[1] の結果を一般の次元に拡張することは、数学的な問題として重要な問題であるが、データ解析の文脈でも重要である。

研究討論では事前準備でサーベイした手法などを検討して、今回の主問題である一般次元のユークリッド空間上の Besov 空間における Koopman 作用素の有界性と力学系の性質の関係性について集中的に議論を行った。今回の議論を通して、[1] を高次元の状況に拡張する上で、ユークリッド空間に定まる力学系の種類が 1 次元に比べて格段に多様になることで、[1] における証明のテクニックが直接適用できなくなることが浮き彫りになった。例えば、1 次元では同相写像は自動的に単調写像になるが、2 次元では病的な挙動をする同相写像が存在する。このようなものを取り扱うために、Besov 空間における atom 分解などの拡張といった本質的な技術的革新が必要になる。[1] では、高い order を低い order の場合に帰着する帰納的な証明を行なったが、一般の次元では低い order の場合の既存研究が充実しておらず、低い order の場合をくまなく解決する必要があることも判明した。以上のことが明確になり、これらのことが今後の重要な研究課題である。

5 公開プログラム「データ解析の数理ワークショップ：力学系・トポロジー・機械学習の協奏」について

今回のワークショップは、力学系、トポロジー、機械学習という異なる分野が交差するテーマを扱っており、各講演者の専門分野からのアプローチが紹介され、参加者にとって非常に充実した内容であった。

最初の講演は、静岡大学の谷口晃一氏によって行われた「Besov 空間上の Koopman 作用素について」である。この講演では、1 次元ユークリッド空間上の Besov 空間における Koopman 作用素の有界性の特徴づけの研究について解説がなされた。この手法は、より非線形性の高い力学系に対する手法として有望であり、今後の発展が期待される。続いて、東京大学の山田泰輝氏による「位相的データ解析を用いた力学系の学習器に対する粗い評価」という講演が行われた。山田氏は、力学系の挙動を学習する際に位相的データ解析を活用し、その評価手法として「粗い評価」を導入するアプローチを示した。特に、位相的手法が力学系の複雑な動きを適切に捉え、効率的に学習できることが実証された。これにより、データ解析や機械学習における力学系の応用範囲がさらに広がることが期待できる。1 日目の最後は東京大学の神谷俊輔氏による「Koopman 作用素を用いた動的類似解析によるダイナミクス間距離の定量化」の講演が

行われた。神谷氏は、Koopman 作用素を用いることで異なる力学系の中の類似性を定量的に評価する方法について解説した。特に、ダイナミクスの距離を測定する新たな手法が示され、力学系の解析における応用可能性が期待できる。

2日目の最初の講演は研究代表者による「局所解析的汎函数上の押し出しの有限次元近似について」であった。ここでは、局所解析的汎函数の押し出しの新しい有限次元近似手法を提案し、力学系のデータ解析における汎函数の挙動をより精密に理解するための方法論が提示された。この手法は、力学系の複雑な振る舞いをモデル化する際に有用性が期待できる。次に、理化学研究所の坂田逸志氏による「Koopman 作用素のスペクトルに着目した非周期的なダイナミクスの解析」という講演が行われた。坂田氏は、Koopman 作用素のスペクトル解析に基づく非周期的ダイナミクスの特性を議論した。この手法を用いることで、従来の方法では捉えにくかった複雑なダイナミクスの構造が明確になり、非周期的な現象の解析に対する新たな理解が得られることが示された。

午後のセッションでは、まず、理化学研究所のガラムカリ和氏が「高次相互作用によるテンソル分解」というテーマで講演を行った。ガラムカリ氏は、テンソル分解を用いて複数のデータセット間の高次相互作用を解析する手法を紹介した。テンソル分解は、機械学習やデータ解析において重要な技術であり、特に高次元データに対する応用が注目されている。この技術の発展により、より複雑なデータ構造を効率的に解析できる可能性があることが示された。次に、九州大学の鍛冶静雄氏による「平面グラフ上の位相的な信号フィルタリング」の講演が行われた。鍛冶氏は、平面グラフの位相的構造を利用して、信号データを効果的にフィルタリングする方法を提案した。この手法は、信号解析においてノイズを排除しつつ、重要な構造を保持するための新たなアプローチとして有望である。次に、九州大学の石塚裕大氏による「ニホンザルの押し出しの数理モデルとその統計力学的な解析」という講演が行われた。石塚氏は、ニホンザルの生態に関するデータを数理モデル化し、その挙動を統計力学的に解析する手法を紹介した。特に、動物行動のモデリングとそのダイナミクスの理解が進んだことで、データ解析の新しい応用分野が広がることが期待できる。2日目の最後は統計数理研究所の奥野彰文氏による「Autoregressive with slack time series model for forecasting a partially-observed dynamical time series」の講演が行われた。奥野氏は、部分的に観測されたダイナミクスを予測するための手法を提案し、データ解析や予測における新しい視点を提供した。このモデルは、観測データの不完全性に対処しつつ、ダイナミクスの予測を行うために有効であることが示された。

ワークショップを通じて、力学系、トポロジー、機械学習のそれぞれの分野が相互に作用し、今後の研究において新しい展開が期待される内容であり、参加者同士の議論も非常に活発で、異なる分野の交差点での新たな知見を得られる場であった。

5.1 会合後について

一般の次元のユークリッド空間上で定義される Besov 空間における Koopman 作用素の有界性やさらなる数学的な理論解析については、今回の議論を通して課題が明らかになったため、引き続き議論を続けこれらの課題の解決を目指す。また、今回のワークショップを通じて Koopman 作用素による力学系のデータ解析に関わる新しい共同研究も始まったため、これらの研究も論文としてまとめられるよう進めていく予定である。

References

- [1] Masahiro Ikeda, Isao Ishikawa, and Koichi Taniguchi. Boundedness of composition operators on higher order besov spaces in one dimension. *Mathematische Annalen*, 388(4):4487–4510, Apr 2024.

九州大学 IMI 共同利用・短期共同研究 公開プログラム

データ解析の数理ワークショップ：力学系・トポロジー・機械学習の協奏
Workshop on the Mathematics and Data Analysis: Dynamical systems, Topology, and Machine Learning

日時：2024年6月6日（木）15:00--17:20

2024年6月7日（金）10:30--17:40

場所：九州大学伊都キャンパス ウエスト1号館 コンファレンスルームD414号室

〒819-0395 福岡県福岡市西区元岡7 4 4

プログラム

6月6日（木）

15:00--15:40

講演者：谷口 晃一（静岡大学）

講演タイトル：Besov 空間上の Koopman 作用素について

15:50--16:30

講演者：山田 泰輝（東京大学）

講演タイトル：位相的データ解析を用いた力学系の学習器に対する粗い評価

16:40--17:20

講演者：神谷 俊輔（東京大学）

講演タイトル：Koopman 作用素を用いた動的類似解析によるダイナミクス間距離
の定量化

6月7日（金）

10:30--11:10

講演者：石川 勲（愛媛大学）

講演タイトル：局所解析的汎函数上の押し出しの有限次元近似について

11:20--12:00

講演者：坂田 逸志（理化学研究所）

講演タイトル：Koopman 作用素のスペクトルに着目した非周期的なダイナミクス
の解析

12:00--13:30

昼休憩・自由討論

13:30--14:10

講演者：ガラムカリ 和（理化学研究所）

講演タイトル：高次相互作用によるテンソル分解

14:20--15:00

講演者：鍛冶 静雄（九州大学）

講演タイトル：平面グラフ上の位相的な信号フィルタリング

15:10--15:50

講演者：石塚 裕大（九州大学）

講演タイトル：ニホンザルの押し出しの数理モデルとその統計力学的な解析

15:50--16:10

休憩

16:10--16:50

講演者：奥野 彰文（統計数理研究所）

講演タイトル：Autoregressive with slack time series model for forecasting a partially-
observed dynamical time series

17:00--17:40

講演者：宇田 智紀（富山大学）

講演タイトル：流線トポロジー解析の気象学・海洋学への応用

世話人

石川 勲（愛媛大学）

池田正弘（理化学研究所）

谷口晃一（静岡大学）

※研究実施期間：2024年6月5日(水)～6月8日(土)

※公開日：2022年6月7日(金)

H P 掲載用英文

Speaker: Koichi Taniguchi (Shizuoka University)

Title: On Koopman operators on Besov spaces

Speaker: Taiki Yamada (The University of Tokyo)

Title: Coarse Evaluation of Dynamical System Learners Using Topological Data Analysis

Speaker: Syunsuke Kamiya (The University of Tokyo)

Title: Koopman Operator Based Dynamical Similarity Analysis for Data-driven Quantification of Distance between Dynamics

Speaker: Isao Ishikawa (Ehime University)

Title: On finite-dimensional approximations of push-forwards on locally analytic functionals

Speaker: Itsushi Skata (RIKEN)

Title: Analysis of aperiodic dynamics with a focus on the spectrum of Koopman operators

Speaker: Kazu Ghalamkari (RIKEN)

Title: Tensor decomposition via high-order interactions

Speaker: Shizuo Kaji (Kyushu University)

Title: Topological Signal Processing — Low-persistence filter

Speaker: Yasuhiro Ishitsuka (Kyushu University)

Title: Emergent centrality on a model of supplanting in Japanese macaques

Speaker: Akifumi Okuno (The Institute of Statistical Mathematics)

Title: Autoregressive with slack time series model for forecasting a partially-observed dynamical time series

Speaker: Tomoki Uda (University of Toyama)

Title: Application of Topological Flow Data Analysis to Meteorology and
Oceanography