

# 2024年度共同利用研究報告書

2025年01月23日

所属・職名 九州大学数理学研究院・准教授

新居 俊作

		整理番号	2024a013	
1.研究計画題目	幾何と数値解析2024			
2.新規・継続	継続			
3.種別	一般研究			
4.種目	研究集会（Ⅱ）			
5.開催方法	対面開催			
6.研究代表者	氏名	新居 俊作		
	所属 部局名	九州大学数理学研究院	職名	准教授
7.研究実施期間	2024年10月26日(土曜日)～2024年10月27日(日曜日)			
8.キーワード	数値解析、幾何学、Finite Element Exterior Calculus、曲面上の流体力学			
9.参加者人数	32人			

## 10.本研究で得られた成果の概要

数値解析、最適化等において、問題の複雑さに釣り合いな程の計算資源を利用してもなかなか十分な精度が得られないような例も少なくない。その種の問題を効率よく解決する方向性の一つとして、問題の持つ幾何学的な構造を反映した計算方法を用いるというアイデアがある。あるいは機械学習において、問題の持つ幾何学的な構造が学習過程に反映しているという知見がある。その様な背景のもとで本研究集会は開催され、今年度は、数値解析のみならず、最適化、機械学習に問題の持つ幾何学的な構造を反映した手法を開発することを既に手がけている、あるいは関心を持っている各講演者による最新の研究の進展状況の解説とともに、議論、情報交換を行い、今後の研究方針についての認識、必要な技能、知識の共有が行われた。特に、講演者としてではなく、一般参加者として出席していた幾何学者による有意義なコメントや知識の提供があり、新たな知見に繋がる可能性のある方向性が示された。

# 成果報告書

先ず背景として、数値解析、最適化の手法の研究は計算機の発達と共に進展してきて現代では工学の多くの分野で使われており、かつての手計算では到底不可能であったことが行われるようになってきている。その様な状況にあっても、未だに、問題の複雑さに釣り合いな程の計算資源を利用してもなかなか十分な精度が得られないような問題の例も少なくない。その種の問題を効率よく解決する方向性の一つとして、問題の持つ幾何学的な構造を反映した計算方法を用いるというアイデアがある。

具体的な例としては、研究代表者が以前に当時の大学院生の関坂氏と共同で行った研究に [1] があるが、そこでは問題を幾何学的に捉え直すことにより、それ以前に [2] で行われていたよりも圧倒的に少ない計算量で、後者より広い範囲のパラメータについて検証することに成功している。また、今回の招待講演者の深川氏 (DeepFlow 株式会社 代表取締役) は、離散微分幾何学を利用した流体の大規模数値計算法を開発し、現在非常に大きな成果を上げている。更に、D.Arnold による Finite Element Exterior Calculus [3] は今後本格的に活用される様になってゆくと思われる。

あるいは機械学習においても、問題のもつ幾何学的な構造が学習過程に反映しているという知見がある。

以上の背景のもとで、2024年10月26、27日に九州大学東京オフィス会議室にて本研究集会は開催され、以下の様な講演、討論が行われた：

- 講演者：清水 雄貴 (富山大学理工学研究科)  
講演タイトル：微分形式を使って曲面上の Euler 方程式を厳密に解く方法
- 講演者：深川 宏樹 (DeepFlow 株式会社)  
講演タイトル：離散微分形式による連続体力学
- 講演者：橋本 悠香 (NTT ネットワークサービスシステム研究所)  
講演タイトル：C\*環を用いたカーネル法の拡張とその応用
- 講演者：田中 佑典 (NTT コミュニケーション科学基礎研究所)  
講演タイトル：力学系が持つ幾何学的構造を活用した機械学習

- 講演者：廣瀬 三平 (芝浦工業大学デザイン工学部)  
講演タイトル：離散外積解析における誤差評価について
- 講演者：田上 大助 (九州大学マス・フォア・インダストリ研究所)  
講演タイトル：有限要素外積の導入 ～ 計算電磁気学を例に
- Exterior Calculus とその応用についての討論
- 講演者：小林 景 (慶應義塾大学理工学研究科)  
講演タイトル：データ空間の幾何学的構造に着目した解析手法の紹介
- 講演者：佐藤 寛之 (立命館大学理工学部)  
講演タイトル：微分幾何と数値最適化

この研究集会において、数値解析、最適化に、問題の持つ幾何学的な構造を反映した手法を開発することを既に手がけている、あるいは関心を持っている講演者、機械学習において、問題のもつ幾何学的な構造が学習過程に反映しているかを研究している、あるいは関心を持っている講演者による最新の研究の進展状況の解説とともに、議論、情報交換を行い、今後の研究方針についての認識、必要な技能、知識の共有が行われた。特に、講演者としてではなく、一般参加者として出席していた幾何学者による有意義なコメントや知識の提供があり、新たな知見に繋がる可能性のある方向性が示された。

## References

- [1] A. Sekisaka and S. Nii, "Computer assisted verification of the eigenvalue problem for one-dimensional Schrodinger operator" *Mathematical Challenges to a New Phase of Materials Science*, pp.145-157, Springer(2016)
- [2] K. Nagatou, M. Plum, M. Nakao, "Eigenvalue excluding for perturbed periodic one-dimensional Schrodinger operators" *Proc.R.Soc.A*, 159(2011)
- [3] D. Arnold, "Finite Element Exterior Calculus", *CBMS-NSF Regional Conference Series in Applied Mathematics 93*, SIAM(2018)

# 九州大学IMI共同利用研究集会 (II)

## 幾何と数値解析

日時：2024年10月26日～27日

会場：九州大学日本橋サテライト 912 講義室

東京都中央区日本橋本町 2-3-11 日本橋ライフサイエンスビルディング

**10月26日 (土)**

**9:30～11:00**

講演者：清水 雄貴 (富山大学理工学研究科)

講演タイトル：微分形式を使って曲面上の Euler 方程式を厳密に解く方法

**11:15～11:45**

講演者：深川 宏樹 (DeepFlow 株式会社)

講演タイトル：離散微分形式による連続体力学

**13:30～15:00**

講演者：橋本 悠香 (NTT ネットワークサービスシステム研究所)

講演タイトル：C\*環を用いたカーネル法の拡張とその応用

**15:15～16:45**

講演者：田中 佑典 (NTT コミュニケーション科学基礎研究所)

講演タイトル：力学系が持つ幾何学的構造を活用した機械学習

**10月27日(日)**

**9:30~10:00**

講演者：廣瀬 三平 (芝浦工業大学デザイン工学部)

講演タイトル：離散外積解析における誤差評価について

**10:15~10:45**

講演者：田上 大助 (九州大学マス・フォア・インダストリ研究所)

講演タイトル：有限要素外積の導入 ～ 計算電磁気学を例に

**11:00~11:30**

Exterior Calculus とその応用についての討論

**13:00~14:30**

講演者：小林 景 (慶應義塾大学理工学研究科)

講演タイトル：データ空間の幾何学的構造に着目した解析手法の紹介

**14:45~16:15**

講演者：佐藤 寛之 (立命館大学理工学部)

講演タイトル：微分幾何と数値最適化

# Geometry, Topology and Numerical Analysis

Date : 26 - 27 Dec. 2024

Place : Satellite Office, Nihonbashi, Kyushu University

**26 Oct.**

## **9:30~11:00**

Speaker : Yuuki Shimizu (Faculty of Science, Academic Assembly, University of Toyama)

Title : A method for exactly solving the Euler equation on surfaces by differential forms

## **11:15~11:45**

Speaker : Hiroki Fukagawa (DeepFlow, Inc.)

Title : Continuous Mechanics in Discrete Differential Forms

## **13:30~15:00**

Speaker : Yuka Hashimoto (NTT Network Service Systems Laboratories)

Title : Generalization of kernel methods using  $C^*$ -algebra and its applications

## **15:15~16:45**

Speaker : Yusuke Tanaka (NTT Communication Science Laboratories)

Title : Machine learning using geometric structures of dynamical systems

**27 Oct.**

**9:30~10:00**

Speaker : Sampei Hirose (Shibaura Institute of Technology, Graduate School of Engineering and Science)

Title : Error estimates for discrete exterior calculus

**10:15~10:45**

Speaker : Daisuke Tagami (Institute of Mathematics for Industry, Kyushu University)

Title : Introduction of Finite Element Exterior Calculus — Computational Electromagnetics as its Example

**11:00~11:30**

Discussion on Exterior Calculus and Its Application.

**13:00~14:30**

Speaker : Kei Kobayashi (Department of Mathematics, Keio University)

Title : Introduction of data analysis methods focusing on the geometric structure of data spaces

**14:45~16:15**

Speaker : Hiroyuki Sato (Department of Mathematical Sciences, Ritsumeikan University)

Title : Differential geometry and mathematical optimization