

2024年度共同利用研究報告書

2025年01月31日

所属・職名 芝浦工業大学 工学部電気工学科・准教授

川嶋 嶺

		整理番号	2024a040	
1.研究計画題目	希薄プラズマに現れる異方性拡散問題に対する構造保存型数値解法			
2.新規・継続	継続			
3.種別	一般研究			
4.種目	短期共同研究			
5.開催方法	ハイブリッド開催			
6.研究代表者	氏名	川嶋 嶺		
	所属 部局名	芝浦工業大学 工学部電気工学科	職名	准教授
7.研究実施期間	2024年10月29日(火曜日)~2024年10月31日(木曜日)			
8.キーワード	プラズマプロセス、イオンエンジン、プラズマシミュレーション、異方性拡散問題、Mixed Finite Volume Method、構造保存型解法			
9.参加者人数	15人			

10.本研究で得られた成果の概要

本共同利用研究は主に二日間にわたって行われたハイブリッド形式での研究会において推進された。研究会は宇宙プラズマ推進機の技術者、産業用プラズマ源の技術者、そして数理科学研究者を交えたものとなっており、工学的な課題と数理科学からの提案をすりあわせる研究集会とすることができた。本共同研究で得られた成果を以下3点挙げる。

1) 異方性拡散問題に対する双曲型方程式系を用いたアプローチにおける離散最大値原理に関する解析。

異方性拡散問題の数値計算において、離散最大値原理 (Discrete Maximum Principle, 以下DMP) を満たさない数値解が得られる事が知られていたが、研究代表者らが開発してきた、拡散方程式をそれと等価な1階の双曲型方程式系に変換して計算するアプローチを用いた場合であっても、数値解がDMPを満たさないことが分かった。粘性解理論、とりわけ単調性の条件について検証を進めていった結果、双曲型方程式系を構築する中で導入される任意パラメータの値を適切に選択する事によって、DMPを満たした解が得られる事が明らかになった。現在はDMPを満たすためのパラメータ設定条件に関する詳細な定式化を進めている。

2) ブラソフ方程式に対する構造保存型数値解法の提案。

希薄流体の連続体モデルと静電場の計算を連成させる系における構造保存型数値解法の研究が紹介された。エネルギー保存を厳密に満たしたまま運動論的不安定性を高い解像度で解析された数値例が示され、プラズマ物理の諸問題や工学へ向けた応用可能性について議論が交わされた。

3) 歪対称行列を係数とする異方性拡散問題の解析。

歪対称行列を係数行列に持つ2次元異方性拡散問題について、方程式の特性と計算手法に関して議論が行われた。歪対称行列を係数行列に持つ拡散方程式は、研究代表者らが開発したDifferential Operator Switching法 (DOS法) と呼ばれる手法によって、等価な移流-等方拡散方程式に変換できる事が示された。この種の異方性拡散方程式は移流の性質を含む事が明らかにされ、その数値計算には風上差分の考え方を導入する必要があることが分かった。移流部分の性質は流体力学における速度場と流れ関数の関係のアナロジーなどから説明可能であり、歪対称行列を係数に持つ拡散問題の物理的描像が明らかにされた。

希薄プラズマに現れる異方性拡散問題に対する構造保存型数値解法

Structure-Preserving Numerical Method for Anisotropic Diffusion Problems in Rarefied Plasmas

研究代表者 川嶋 嶺
 芝浦工業大学 工学部
 准教授

開催概要

本共同利用研究は 2024 年 10 月 29, 30 日において行われたハイブリッド形式での研究会、及びおよそ 2 月に 1 回開催されるオンラインミーティングによって推進された。研究会は各 1 時間の講演と非公開セッションでの議論から構成されており、講演者と講演内容は以下の通りであった。

講演者	所属	講演タイトル
川嶋 嶺	芝浦工業大学 工学部	E×B プラズマに現れる歪対称行列を係数に持つ拡散問題への数値解法
松島 慶	東京大学 工学系研究科	ブラッソーポアソンシステムに対する構造保存型数値解法の適用
高田 尚輝	筑波大学 システム情報工学研究科	アルゴンホールスラスタの PIC/MCC 解析
桂 直幹	九州大学 総合理工学専攻	数値解析を用いたレーザー核融合ロケットにおけるプラズマデタッチメントの検証
非公開セッション		宇宙推進プラズマ及び産業用プラズマの解析技術に関する議論
川嶋 嶺	芝浦工業大学 電気電子工学課程	磁化プラズマに現れる異方性拡散と数値計算における問題点
江藤 徳宏	東京大学 数理科学研究科	粘性解理論の導入と異方性拡散問題に対する適用可能性について
宮下 大	家電メーカー勤務	産業用プラズマ解析と数理科学
田上 大助	九州大学 マス・フォア・インダストリ研究所	構造保存型数値解法の導入
非公開セッション		粘性解理論の導入による異方性拡散問題に対する数値解法の検討

また研究会での参加者（オンライン含む）は 17 名であった。本研究会は、産業用プラズマ源や宇宙プラズマ推進機の開発に携わる技術者と、プラズマ解析に関連するトピックを扱う数理論理学研究者との間で議論を交わすことにより、工学的な問題と数理論理学上の提案とをすりあわせる事を目的としていた。今年度も研究会では工学－物理－数学と縦に繋がった議論を展開することができたと考えている。またオンラインミーティングについては研究会後も継続して行われており、共同研究が進められている。

短期共同研究の内容

半導体製造装置や人工衛星用イオンエンジンなどで現れる希薄プラズマ流れの数値シミュレーションに関連し、数理論理学上意義があり、かつ工学応用上重要であると考えられる 3 つのテーマについて取り上げ、研究会で議論された内容を中心に概説する。

■ 異方性拡散問題の解析における粘性解理論の適用

本共同研究の主たる研究目的としていたテーマである。異方性拡散問題の数値計算において、離散最大値原理（Discrete Maximum Principle, 以下 DMP）を満たさない数値解が得られる事が知られていたが、研究代表者らが開発してきた、拡散方程式をそれと等価な 1 階の双曲型方程式系に変換して計算するアプローチを用いた場合であっても、数値解が DMP を満たさないことが分かった。粘性解理論、とりわけ単調性の条件について検証を進めていった結果、双曲型方程式系を構築する中で導入される任意パラメータの値を適切に選択する事によって、DMP を満たした解が得られる事が明らかになった。DMP を満たすための任意パラメータの設定条件について、数理的な解析に基づいて定式化を進めている段階であり、本共同研究によって問題解決の方針が得られている。現在 DMP を満たすための詳細条件と数値例を合わせて論文投稿を行う準備を進めている。

■ ブラソフ方程式に対する構造保存型数値解法の提案

特に希薄となるプラズマ流れの解析においては、ボルツマン方程式またはブラソフ方程式に基づいて、流体の速度分布関数も含めて解析を行う場合が多く、この様な流れのモデルは運動論的－連続体モデルと呼ばれる。連続体モデルは、二流体不安定性に代表される運動論的なプラズマ不安定性をノイズ無く解析する上で特に有利なアプローチである。しかしながら、連続体モデルが電磁場計算、例えば静電場を計算するためのポアソン方程式と連成された場合には、振動のエネルギーが流体－電磁場を合わせた系の中で保存されない場合があることが知られている。この問題に対しては、数理的構造からエネルギー保存を満たす構造保存型数値解法の研究が進められており、研究会ではその情報共有が行われた。さらにエネルギー保存を厳密に満たしたまま二流体不安定性を高い解像度で解析された数値例が示され、プラズマ物理の諸問題や工学へ向けた応用可能性について議論が交わされた。

■ 歪対称行列を係数とする異方性拡散問題の解析

異方性拡散問題の特別なケースとして、歪対称行列を係数行列に持つ 2 次元異方性拡散問題について、方程式の特性とその特性に基づく計算手法に関して議論が行われた。係数行列が歪対称行列となった場合は、一見拡散方程式（空間の 2 階微分による偏微分方程式）の

形であっても、研究代表者らが開発した Differential Operator Switching 法 (DOS 法) と呼ばれる手法によって、等価な移流-等方拡散方程式に変換できる事が示された。歪対称行列を係数とする異方性拡散方程式は移流の性質を含む事が明らかにされ、その数値計算には風上差分の考え方を導入する必要があることが分かった。2次元問題に限るものの、移流部分の記述は電磁気学における磁場とベクトルポテンシャルの関係や、流体力学における速度場と流れ関数の関係のアナロジーから理解することが可能であることから、移流部分の物理的描像が明らかにされた。本テーマの内容は、とりわけ宇宙プラズマ推進機におけるプラズマ不安定性の問題に関連することから、2025年1月に行われた宇宙輸送シンポジウムにて発表された(講演番号 STEP-2024-049, 講演原稿は一般公開予定)。

■ その後の発展と展望

本共同利用研究の目的としていた、異方性拡散問題に対する双曲型スキームにおける DMP の特性解析と計算手法の改善については、期待通り研究を進展させる事ができた。加えて、構造保存型数値解法の考え方を導入できた事によって、今後の計算手法の発展へ向けた指針を得ることができた。ブラソフ方程式に対する構造保存型数値解法の研究は本共同利用研究の枠組みの中で発展したものではないが、研究会を発端として工学的問題への応用に関する共同研究が開始されるに至っている。歪対称行列を係数とする異方性拡散問題の解析はプラズマのみならず、移流と拡散が混在する流体现象に対する新しい視点をもたらす可能性があり、研究会後に新しい展開をもたらしている。

本共同利用研究は 2023 年度、2024 年度と継続して行われた。2023 年度は研究コミュニティの形成に力点が置かれた一方で、2024 年度では具体的な成果や、工学と数学の融合による新しい研究テーマが創出された。プラズマ工学と数理科学の研究者が融合することによる研究の新展開が確認されつつある段階にあり、今後も本共同利用研究を継続する意義は高いと考えられる。



開催日: 2024/10/29~2024/10/31

希薄プラズマに現れる異方性拡散問題に対する構造保存型数値解法 | 2024a

カテゴリ: イベント

タグ: 一般研究 短期共同研究

開催概要

- 開催方法: Zoomミーティングによるハイブリッド開催
- 開催場所: 九州大学 伊都キャンパス ウェスト1号館 D棟 4階 IMIカンファレンスルーム (W1-D-414)
- 主要言語: 日本語
- 主催: 九州大学マス・フォア・インダストリ研究所
- 種別・種目: 一般研究-短期共同研究
- 研究計画題目: 希薄プラズマに現れる異方性拡散問題に対する構造保存型数値解法
- 研究代表者: 川嶋 嶺 (芝浦工業大学 工学部電気工学科・准教授)
- 研究実施期間: 2024年10月29日 (火) ~ 2024年10月31日 (木)
- 公開期間: 2024年10月29日 (火)
- 研究計画詳細: https://joint1.imi.kyushu-u.ac.jp/research_chooses/view/2024a040

プログラム

10月29日 (火) 【公開】

11:00-12:00

川嶋 嶺 (芝浦工業大学 電気電子工学課程)

E×Bプラズマに現れる歪対称行列を係数に持つ拡散問題への数値解法

13:30-14:30

松島 慶 (東京大学 工学系研究科)

ブラソフ-ポアソンシステムに対する構造保存型数値解法の適用

14:30-15:30

高田 尚輝 (筑波大学 システム情報工学研究科)

アルゴンホールスラスタのPIC/MCC解析

15:30-16:30

桂 直幹 (九州大学 総合理工学専攻)

数値解析を用いたレーザー核融合ロケットにおけるプラズマデタッチメントの検証

申込方法

事前申込制 (組織委員, 講演者のかたも登録が必要です)

参加無料

定員になり次第, 参加登録を締め切らせていただく場合がございます。

＼下記URLより参加登録をお願いいたします／

参加登録フォーム

Zoom (オンライン) からご参加の方

Zoomを使ったオンライン開催, ハイブリッド開催の場合

参加登録後に件名[九大IMIより]Zoom用URLのお知らせというメールがimikyoten@gmail.comから自動配信されます。届いていない方は, お手数をおかけしますがもう一度ご登録いただくか下記にメールにてご連絡をお願い申し上げます。(迷惑メールフォルダもご確認をお願いいたします)

<九州大学マス・フォア・インダストリ研究所 共同利用・共同研究拠点事務室>
imikyoten(at)jimu.kyushu-u.ac.jp
(at)を@に変更してください

Zoomについて

開催日までにZoomアプリをインストールしてください。
Zoomアプリは無料版で問題なくご視聴いただけます。

ミーティング用Zoomクライアントのダウンロードは下記からお願いします。
すでにインストールされている方は最新版にアップデートをお願いいたします。

https://zoom.us/download#client_4meeting

パソコンやスマホへのインストール方法は下記をご参照ください。
<https://zoom.nissho-ele.co.jp/blog/manual/zoom-install.html>

概要	運営	2024年度公募	アクセス・お問
概要	運営委員会	採択研究・報告書一覧	学内専用(トッ
活動報告	共同利用・共同研究委員会	イベント情報	委員専用
	国際プロジェクト委員会	会場設備	研究代表者専
		Q&A	メールマガジ