

## 2025年度共同利用研究報告書

2025年12月12日

所属・職名 中央大学・共同研究員  
波多野 修也

	整理番号	2025a025
1.研究計画題目	実解析的手法を用いたニューラル常微分方程式に対する表現能力の解析と実データ解析への応用	
2.新規・継続	新規	
3.種別	若手・学生研究	
4.種目	短期共同研究	
5.開催方法	対面開催	
6.研究代表者	氏名 所属 部局名	波多野 修也 中央大学 共同研究員
7.研究実施期間	2025年09月10日(水曜日)～2025年09月12日(金曜日)	
8.キーワード	ニューラルネットワーク, ニューラルODE, 万能近似定理, 関数空間	
9.参加者人数	8人	

### 10.本研究で得られた成果の概要

今回の共同利用研究のテーマである「実解析的手法を用いた機械学習に対するニューラルネットワークの表現能力」について、我々組織委員が有する手法を、機械学習に関してより深い専門知識を持つ参加者へ共有することができた。また、招待講演者の研究内容から、実解析的手法に関する新たな知見を得ることができた。

1人目の招待講演者である山田泰輝氏は、Echo State Network (ESN)と呼ばれる、出力層のみ学習可能な再帰型ニューラルネットワークについて、ESNの普遍近似性に基づき、入力再構成(IR)を教師なしで実現できることを示した。これにより、ESNの理論的理解および応用の範囲を拡張した。また、本ワークショップの2人目の招待講演者である秋山慧斗氏のアイデアは、確率測度空間で定式化された問題をNikodym微分を用いてLebesgue測度の空間へと帰着させ、通常の意味での実解析的手法を適用可能とする枠組みを提供するものであった。さらに、3人目の招待講演者である磯部伸氏のアイデアは、機械学習との関連が深く、関数空間への適用もよく知られている勾配降下-上昇流について新たな視点から提案するものであり、実解析的手法と機械学習を結びつける新たな架け橋となつた。

特に、エコーステートネットワーク、グラディエントフロー、Csiszár-Tsallisエントロピーなど、ニューラル常微分方程式を活用した関連研究手法に関する知見も得られ、ニューラル常微分方程式の普遍近似性が実解析においても応用可能であることを確認する成果が得られた。

さらに、本ワークショップを通じて出会った研究者との間で、実解析的手法を用いたニューラル常微分方程式の研究および実データ解析への応用に関する新たな共同研究も開始された。具体的には、従来のニューラルネットワークと比較した場合の計算速度や精度の違いを数学的に明らかにし、その成果を実データ解析の応用に役立てることを目指している。

2025 年度九州大学 IMI 共同利用 若手・学生研究-短期共同研究

## 実解析的手法を用いたニューラル ODE に対する 表現能力の解析と実データ解析への応用

成果報告書

波多野 修也\* (大阪大学) 池田 正弘 (大阪大学) 川澄 亮太 (群馬大学)

本稿では、共同利用研究の期間中(9/11)における活動の詳細、及び、その活動期間前後に  
おける準備や事後の活動について報告する。

### 1. スケジュール

期間中のスケジュールは以下の通りである。公開プログラムは 11 日の「機械学習と微分方  
程式の協奏」のみであり、それ以外は非公開としている。

#### 9月 10 日(水) 研究討論

参加者：波多野修也(大阪大学)・池田正弘(大阪大学)・川澄亮太(群馬大学)

#### 9月 11 日(木) 機械学習と微分方程式の協奏

- 10:00--10:40 講演  
講演者：波多野 修也 (大阪大学大学院情報科学研究科)  
タイトル：ReLU を活性化関数とするニューラルネットワークに対する万能近似  
定理の非有界領域への拡張
- 11:00--11:40 講演  
講演者：山田 泰輝 (東京大学大学院情報理工学系研究科)  
タイトル：Echo State Network による常微分方程式の有限データ近似
- 13:30--14:10 講演  
講演者：川澄 亮太 (群馬大学数理データ科学教育研究センター)  
タイトル：Orlicz ノルムを用いた Neural ODE の普遍近似性について
- 14:30--15:10 講演

講演者：秋山 慧斗（諫早高等学校）

タイトル：Neural Network Optimization via Csiszàr-Tsallis Entropy

- 15:30--16:10 講演

講演者：磯部 伸（理化学研究所革新知能統合研究センター）

タイトル：距離空間上の Minimax 問題に対する勾配降下-上昇流の適切性について

- 16:30--自由討論

### 9月12日(金) 研究討論

参加者：波多野修也(大阪大学)・池田正弘(大阪大学)・川澄亮太(群馬大学)

### 2. 参加人数について

研究討論は研究代表者、池田氏、川澄氏の3人で行った。公開プログラムは対面形式のみで行い全部で8名の参加があった。

### 3. 採択から会合までの準備期間で行ったこと

従来のニューラルネットワーク(NN)に対する万能近似定理の証明を再検討し、関数空間による定式化を改めて行うことで、実解析的手法に基づく証明の厳密化を図った。その結果、関数の定義域の取り方に依存しない大域的な一般化を与えることに成功した。さらに、ニューラル常微分方程式(NODE)に対する万能近似定理についても実解析的手法を適用することが可能となり、その枠組みを Orlicz 空間へと一般化することに成功した。また、常微分方程式を組み合わせた機械学習に関する研究の一環として、関連研究者への講演依頼や参加の呼びかけを行い、ワークショップ開催に向けた準備を進めた。

### 4. 会合中の研究討論および成果

本ワークショップのテーマである実解析的手法について、NNに対する万能近似定理を題材として共有した。ここで扱う万能近似定理とは、Cybenko 氏によって与えられた、浅い層の NN における表現能力に関する結果である。この定理を関数空間における稠密性の観点から改めて定式化し直すことで、実解析的手法を適用しやすい枠組みに帰着させることを試みた。その結果、より詳細かつ厳密な証明を与えるとともに、関数の定義域の選び方に依存しない大域的な結果へと拡張することに成功した。

また、ニューラル常微分方程式(NODE)とは、常微分方程式の解を用いて定義される NN

のことであり、従来の NN と比べて「中間層を取り去った構造」に対応している。特に本研究討論では、NODE に対する万能近似定理を考察し、Lebesgue 空間の一般化である Orlicz 空間の枠組みにおいてその結果を得た。

## 5. 公開プログラム「機械学習と微分方程式の協奏」について

2人目の講演者である山田泰輝氏は、Echo State Network (ESN)と呼ばれる、出力層のみ学習可能な再帰型 NN について、ESN の普遍近似性に基づき、入力再構成(IR)を教師なしで実現できることを示した。ESN の内部パラメータが既知で可逆性条件を仮定して入力がリザバー状態から復元可能になり従来の教師ありで扱われていた IR を教師なし学習として定式化した。これにより、力学系の再現やノイズ除去も教師なしで実現でき、ESN の理論的理解および応用の範囲を拡張した。

4人目の講演者である秋山慧斗氏は、一般化エントロピーの一つである Csiszár–Tsallis エントロピーを用いてポテンシャル関数を活用する新たな枠組みを構築し、そのもとで指數収束性を解析した。NN の学習は確率測度空間における最適化問題として捉えることができ、実際に秋山氏の研究でも確率空間の枠組みで問題設定がなされていた。中でも重要なアイデアは、Nikodym 微分によって Lebesgue 測度の空間に帰着することで、通常の意味での実解析的手法を適用できる点である。

5人目の講演者である磯部伸氏は、機械学習への応用範囲が広い勾配降下-上昇流について、Minimax 定理を用いてその適切性を証明した。この流れは二変数汎関数の鞍点を求める上で重要な役割を果たし、実解析でよく扱われる関数空間では特に適用しやすい。磯部氏の研究は、より一般的な距離空間を対象とするものであったが、機械学習と実解析的手法(関数空間論)とをつなぐ研究成果であることが明らかとなった。

## 6. 会合後について

招待講演者の研究内容と、我々組織委員の研究内容を相互に照らし合わせることで、実解析的手法の応用に関するアイデアの幅が広がり、機械学習へとつながる本研究手法には、さらに改良の余地があることが明らかとなった。今後も議論を継続し、これらの手法の一層の発展を目指していく予定である。

## 参考文献

- [1] N. Hatano, M. Ikeda, I. Ishikawa, and Y. Sawano, A global universality of two-layer neural networks with ReLU activations, *Journal of Function Spaces*, vol. 2021, Article ID 6637220, 3 pages, 2021.



開催日:2025/09/10～2025/09/12

## 実解析的手法を用いたニューラルODEに対する表現能力の解析と実データ解析への応用 | 2025a025

カテゴリー:イベント タグ: 若手研究 短期共同研究

### 開催概要

- 開催方法:対面開催
- 開催場所:九州大学伊都キャンパス ウエスト1号館 D棟 4階 IMIコンファレンスルーム (W1-D-414)
- 主要言語:日本語
- 主催:九州大学マス・フォア・インダストリ研究所
- 種別・種目:若手・学生研究-短期共同研究
- 研究計画題目:実解析的手法を用いたニューラルODEに対する表現能力の解析と実データ解析への応用
- 研究代表者:波多野修也(大阪大学・特任研究員)
- 研究実施期間:2025年9月10日(水)～2025年9月12日(金)
- 公開期間:2025年9月11日(木)
- 研究計画詳細:[https://joint2.imi.kyushu-u.ac.jp/research\\_chooses/view/2025a025](https://joint2.imi.kyushu-u.ac.jp/research_chooses/view/2025a025)

### プログラム

#### 9月10日(水)(非公開)

#### 9月11日(木)

10:00-10:40

波多野 修也(大阪大学大学院情報科学研究科)

ReLUを活性化関数とするニューラルネットワークに対する万能近似定理の非有界領域への拡張

11:00-11:40

山田泰輝(東京大学大学院情報理工学系研究科)

Echo State Networkによる常微分方程式の有限データ近似

13:30-14:10

川澄 亮太(群馬大学数理データ科学教育研究センター)

Orliczノルムを用いたNeural ODEの普遍近似性について

14:30-15:10

秋山 慧斗(諫早高等学校)

Neural Network Optimization via Csiszàr-Tsallis Entropy

15:30-16:10

磯部 伸(理化学研究所革新知能統合研究センター)

距離空間上のMinimax問題に対する勾配降下-上昇流の適切性について

16:30-

18:00-

懇親会

9月12日(金)(非公開)

## 申込方法

事前申込制(組織委員、講演者のかたも登録が必要です)

参加無料

定員になり次第、参加登録を締め切らせていただく場合がございます。

＼下記URLより参加登録をお願いいたします／

参加登録フォーム

## 問合せ先

<九州大学マス・フォア・インダストリ研究所 共同利用・共同研究拠点事務室>

imikyoten(at)jimu.kyushu-u.ac.jp

(at)を@に変更してください

概要	運営	2025年度公募	アクセス・お問合せ
概要	運営委員会	採択研究・報告書一覧	学内専用(トップページ)
活動報告	共同利用・共同研究委員会	イベント情報	委員専用
	国際プロジェクト委員会	会場設備	研究代表者専用
	Q&A		メールマガジン