

2025年度共同利用研究報告書

2026年02月28日

所属・職名 芝浦工業大学 工学部 電気電子工学課程・准教授

川嶋 嶺

		整理番号	2025a046	
1.研究計画題目	希薄プラズマに現れる不安定現象の理解へ向けた数理モデルと数値解法			
2.新規・継続	継続			
3.種別	一般研究			
4.種目	短期共同研究			
5.開催方法	ハイブリッド開催			
6.研究代表者	氏名	川嶋 嶺		
	所属 部局名	芝浦工業大学 工学部 電気電子工 学課程	職名	准教授
7.研究実施期間	2025年11月18日(火曜日)～2025年11月19日(水曜日)			
8.キーワード	プラズマプロセス, イオンエンジン, プラズマシミュレーション, 異方性 拡散問題, ブラソフ方程式, 構造保存型解法			
9.参加者人数	16人			

10.本研究で得られた成果の概要

異方性拡散問題における離散最大値原理 (DMP) を満たす数値計算法の確立を目指した研究は昨年度共同利用研究から継続して推進された。異方性拡散計算ではDMPを満たさない非物理的解が生じる課題が知られており、研究代表者らは拡散方程式を等価な一次双曲型方程式系へ変換する独自手法において、DMPを満たした数値解を得るための条件を調査していた。昨年度の検討から発展した内容として、粘性解理論を参照しながらDMPを満たす上での条件を数学的に解析し、前処理パラメータの適切な選択によりDMPを満たした計算が可能であることを明らかにした。本成果はComputers & Mathematics with Applications誌へ投稿済みであり、数学と工学の融合的研究として新たな論文形態を形成できたと考えている。

本研究の主題である歪対称行列を係数に持つ拡散問題については、Differential Operator Switching (DOS) 法の数理的・物理的背景を整理し、歪対称成分を移流方程式へ変換可能であることを示した。研究会での議論を通じて先行研究に対する優位性が確認され、構造保存型数値解法への展開可能性が明らかとなった。また、研究会では偏微分方程式解析への深層学習手法 (DGM・PINN) の導入について紹介され、希薄プラズマ流解析に対する深層学習手法の適用可能性についても議論が行われた。

昨年度からの継続的な共同研究により、数理科学研究者と工学研究者の連携が拡大し、本共同利用研究で発展した手法は宇宙電気推進機における希薄プラズマ流解析へ応用が進みつつある。今後は構造保存的手法との統合や深層科学技術計算との融合を進め、論文発表および新たな共同研究へと発展させたい。

希薄プラズマに現れる不安定現象の理解へ向けた数理モデルと数値解法

Mathematical Model and Numerical Methods for Understanding Instability Phenomena in Rarefied Plasmas

研究代表者 川嶋 嶺
芝浦工業大学 工学部
准教授

開催概要

本共同利用研究は 2025 年 11 月 18, 19 日において行われたハイブリッド形式での研究会、及びおよそ 2 月に 1 回開催されるオンラインミーティングによって推進された。研究会は各 1 時間の講演と非公開セッションでの議論から構成されており、講演者と講演内容は以下の通りであった。

講演者	所属	講演タイトル
松本 正晴	福島大学 情報基盤センター	深層学習による偏微分方程式の求解手法とその電磁流体解析への応用
田中 祐典	NTT 株式会社	物理学に由来する数理構造を活用する機械学習
高野 暁巳	三菱重工業株式会社	三菱重工業におけるプラズマ関連技術の開発へ向けた試み
小川 拓人	芝浦工業大学 SIT 総合研究所	圧縮性流体に現れる乱流とその能動的・受動的制御
江藤 徳宏	フランス国立科学研究センター	異方拡散方程式に対する双曲形解法と離散最大値原理の数値解析
川嶋 嶺	芝浦工業大学 工学部	歪対称行列を係数に持つ拡散問題の数値解法と計算精度
非公開セッション		粘性解理論の導入による異方性拡散問題に対する数値解法の検討

また研究会での参加者（オンライン含む）は 16 名であった。本研究会は、産業界でプラズマ関連技術の開発に取り組む技術者と、プラズマ解析に関連するトピックを扱う数理科学研究者との間で議論を交わすことにより、工学的な問題と数理科学上の提案とをすりあわせる事を目的の一部としていた。今年度も研究会では、産業界からは産業用プラズマ、宇宙推進

機プラズマに関連する話題が提供され、また航空機に現れる乱流現象とプラズマ不安定性との間の数理的な関連性を議論する事ができた。また共同利用研究の主眼としていた異方性拡散問題に対する数値解法に関しては、論文発表に繋がる成果として議論を深化する事ができている。

■ 短期共同研究の内容

本共同利用研究また研究会において議論された 3 つのテーマについて取り上げ、その内容を報告する。

■ 異方性拡散問題における離散最大値原理の条件調査

異方性拡散問題の数値計算において、離散最大値原理 (Discrete Maximum Principle, 以下 DMP) を満たさない数値解が得られる事が知られていた。研究代表者らが開発してきた、拡散方程式をそれと等価な 1 階の双曲型方程式系に変換して計算するアプローチに関して、DMP を満たすための手法が紹介された。この研究内容は前年度の IMI 共同利用研究から継続して検討された内容である。粘性解理論を参照しながら DMP を満たす上での条件を数学的に解析し、その結果双曲型方程式系を構築する際に導入される、前処理に関する任意パラメータの値を適切に選択する事によって、DMP を満たした解が得られる事が明らかになった。テスト問題を用いた数値計算によって、DMP を満たす上での数値計算上の条件が詳細に検証され、適切なパラメータ設定が明らかにされた。本テーマの内容は、江藤、川嶋によって *Computers & Mathematics with Applications* 誌に投稿された。

■ 歪対称行列を係数にもつ拡散問題に対する数値解法の数理的・物理的背景

本共同研究の主たる研究目的としていたテーマである。歪対称行列を係数行列に持つ 2 次元異方性拡散問題に対し、研究代表者らは Differential Operator Switching 法 (DOS 法) と呼ばれる手法の開発を進めている。係数行列が歪対称行列となった場合は、一見拡散方程式 (空間の 2 階微分による偏微分方程式) の形であっても、前述の DOS 法によって、歪対称成分 (係数行列における非対角成分) に関する拡散項は、等価な移流方程式に変換できる事が示されている。変換後の移流方程式の数値計算には風上差分を導入することで簡便に解く事ができる。研究会では同様の拡散問題に対する先行研究が紹介され、前述の DOS 法を用いたアプローチの優位性が確認された。また移流方程式において保存されるべきエネルギー構造が紹介され、構造保存型数値解法を適用する展開について議論が行われた。

■ プラズマ流解析における深層科学技術計算の導入

偏微分方程式に対して深層学習を用いて近似解を得る手法として Deep Galerkin Method (DGM) や Physics Informed Neural Network (PINN) が知られているが、これらの手法を用いて圧縮性流体の Navier-Stokes 方程式や電磁流体方程式を解析する手法について議論された。ベンチマークとされる 1 次元衝撃波管問題や 2 次元問題において、深層学習を用いた手法は従来手法である有限差分法 (FDM, 電磁流体方程式においてはさらに HLLD スキームを利用) と良好に一致する近似解が得られる事が報告され、精度の高い近似解を得るための知見が共有された。また今後の発展に向けた課題として、レイノルズ数や磁気レイノル

ズ数が大きくなり、強い不連続面が生まれる条件では深層学習による計算結果の精度が悪化する点が報告された。深層学習によるアプローチは多次元問題への拡張や、境界などの形状変更に容易に対応できるメリットが確認され、今後産業用プラズマ源や宇宙電気推進機における希薄プラズマ流解析に対しても、深層科学技術計算を導入する展開が期待される。

■ その後の発展と展望

前年度から継続して行われた、異方性拡散問題に対する双曲型スキームにおける DMP の特性解析と計算手法の改善については今年度も着実に推進され、さらのその研究の中で新たな数値スキームの可能性についても議論されるようになった。このトピックは今年度論文発表を行ったが、数学セクションと工学（数値計算）セクションとを持つ、研究代表者のコミュニティにおいては新しい論文形態となった。本共同利用研究によって構築された、工学研究者と数理科学研究者との繋がりによって生まれた論文形態であり、今後も継続して議論を続けて発展させたい。

本共同利用研究の目的としていた、プラズマの不安定現象の解析において現れる、歪対称行列を係数に持つ拡散方程式に対する数値計算手法は、先行研究と比較した優位性や数学的・物理的背景を検証することができた。加えて、構造保存型数値解法の導入へと発展させていく上で基礎となる知見を得ることができた。本研究会後は、工学的応用問題（宇宙電気推進機における磁化プラズマの異常拡散問題）に本手法を適用する研究が推進されており、本手法の工学上の意義と優位性が改めて確認されている。

九州大学 IMI 共同利用・短期共同研究 プログラム

希薄プラズマに現れる不安定現象の理解に向けた数理モデルと数値解法

Mathematical Model and Numerical Methods for Understanding Instability Phenomena
in Rarefied Plasmas

日時 2025年 11月18日, 19日

場所 九州大学伊都キャンパス ウェスト1号館 コンファレンスルーム

11月18日 (火)

【公開セッション】

13:00 - 14:00

フリーディスカッション

14:00 - 14:05

講演者 : 川嶋 嶺 (芝浦工業大学 電気電子工学課程)

講演タイトル: 会議の趣旨説明

14:05 - 15:00

講演者 : 松本 正晴 (福島大学 情報基盤センター)

講演タイトル: 深層学習による偏微分方程式の求解手法とその電磁流体解析への応用

15:00 - 15:50

講演者 : 田中 佑典 (NTT 株式会社)

講演タイトル: 物理学に由来する数理構造を活用する機械学習

15:50 - 16:20

講演者 : 高野 暁巳 (三菱重工業株式会社)

講演タイトル: 三菱重工業におけるプラズマ関連技術の開発に向けた試み (仮)

16:20 - 17:10

講演者 : 小川 拓人 (芝浦工業大学 SIT 総合研究所)

講演タイトル: 圧縮性流体に現れる乱流とその能動的・受動的制御

17:10 - 18:00

講演者 : 江藤 徳宏 (フランス国立科学研究センター)

講演タイトル: 異方拡散方程式に対する双曲形解法と離散最大値原理の数理解析

11月19日 (水)

【非公開セッション】

11:00 - 12:00

講演者 : 川嶋 嶺 (芝浦工業大学)

講演タイトル: 歪対称行列を係数に持つ拡散問題の数値解法と計算精度

13:00 - 14:00

フリーディスカッション