

2025年度共同利用研究報告書

2026年03月31日

所属・職名 朝日熱処理工業株式会社・技術室
角 剛典

		整理番号	2025a029	
1.研究計画題目	光学式三次元スキャナを用いた変形シャフトの局所的な軸歪みの評価可能性			
2.新規・継続	新規			
3.種別	一般研究			
4.種目	短期研究員			
5.開催方法	ハイブリッド開催			
6.研究代表者	氏名	角 剛典		
	所属 部局名	朝日熱処理工業株式会社	職名	技術室
7.研究実施期間	2025年04月01日(火曜日)～2025年04月03日(木曜日)			
	2025年09月01日(月曜日)～2025年09月03日(水曜日)			
	2026年03月27日(金曜日)～2026年03月31日(火曜日)			
8.キーワード	点群、空間曲線、曲線論、微分幾何、曲率			
9.参加者人数	3人			

10.本研究で得られた成果の概要

本研究では、光学式三次元スキャナにより取得された点群データを用い、変形シャフトの軸形状に対する評価指標として曲率および捩率の導入可能性について検討を行った。
本研究は、2024年度に実施した点群データ合成に関する研究で得られた知見を基盤とし、表面点群から変形軸の点群表現を構成する手法を前提としている。

曲率および捩率は曲線が与えられれば計算可能であるが、産業応用においては、点群データから連続曲線をどのように決定するかが本質的な課題となる。このため、本研究では平滑化スプラインによる曲線近似を採用した。

しかし、平滑化強度の決定は一般に調整パラメータに依存し、複数製品を対象とする産業用途においては、その決定方法の恣意性や再現性の欠如が問題となる。この点に対し、一般化交差検定（GCV）の適用も検討したが、曲率評価に対して必ずしも安定した結果を与えないことが確認された。

そこで本研究では、フーリエ展開に基づく波長成分に着目し、スプライン次数と点群の軸方向間隔に基づく閾値で波長帯域を分割した上で、平滑化前後の共通成分（帯域共通集合）を導入した。この指標により、スムージング強度の変化に伴う構造の保持と減衰を定量的に評価した結果、過剰平滑化に対応する明確な減衰領域が確認された。

以上より、本研究は、三次元点群データに対する微分幾何的評価の基盤に関する課題を提示するとともに、その候補として平滑化パラメータの系統的決定に向けた指導原理として「帯域共通集合」を提案するものである。

2026年3月27日～31日に三回目の打ち合わせを計画していたが、諸事情により中止とした。

2025年度 短期研究員 報告書

光学式三次元スキャナを用いた変形シャフトの局所的な軸歪みの評価可能性

1. はじめに

近年、光学式の三次元計測装置（三次元センサ）の開発および改良が進み、それに伴い取得される点群データの処理技術も発展してきている。

これを背景として、本研究では、熱処理によって変形したシャフトの局所的な軸歪みの評価を目指す。

シャフトは最も基本的な機械部品の一つであり、回転運動により動力伝達を担う。

とりわけ、軸が真直であることは回転軸が一定であることを意味し、シャフト製造における最も重要な要求項目の一つである。

一般に、シャフトの軸歪みは幾何公差の真直度により評価されるが、三次元センサにより取得可能な詳細な形状情報を活用することで、軸形状に対するより高解像度な評価指標、ひいては性能評価の基準を構築できる可能性がある。

本研究では、そのような評価指標として、曲率および捩率といった微分幾何に基づく量の導入を検討する。

これらは工業的な評価においてはほとんど用いられていないが、形状を記述する量として、座標系の回転および平行移動に依存しないという重要な性質を持つ。

このため、形状の定量的評価のみならず、形状の保存・再構成、さらには機械学習への応用においても有用であると期待される。

一方で、曲率および捩率の計算には、対象形状の連続表現、すなわち曲線の導入が不可欠である。

曲率を離散的に評価する方法も存在するが、曲率と捩率を同一の枠組みで扱うためには、曲線を求め、定義に基づいて計算することが望ましい。

したがって、本研究ではまず、得られる曲率および捩率を信頼可能なものとするために、「信頼できる曲線」とは何か、またそれをいかに決定するかについて検討する。

なお、本報告書は研究の進行過程に沿って記述しており、後からの再構成や整理を意図的に行っていない。

そのため、記述されていない事項や結果として存在し得た選択肢が含まれていない場合があるが、それらは当該段階において実際に検討されていなかったものとして理解されたい。

2. 二次元問題

本研究では、熱処理後のシャフトの変形軸を表す点群データを用いる。

ここで用いる点群は人工データではなく、実測データに基づくものであり、変形したシャフト表面の点群を加工することで生成したものである。

具体的には、シャフト表面の点群を軸方向に沿ってスライスし、各スライスにおける重心を求めることで、軸を代表する点列を構成している。

なお、この軸推定には必要に応じて前処理の反復を含むが、その詳細には立ち入らない。

ここでは、人工点群に依らず、実測データに基づく条件下で評価指標の検討を行う。

さらに、この点列に対して主成分分析 (PCA) を適用することで、デカルト座標系の各軸に以下のような意味付けが可能となる：

第一軸 (X 軸)：シャフトの長手方向

第二軸 (Y 軸)：主たる変形方向

第三軸 (Z 軸)：上記二軸と直交する方向

このような座標系の解釈により、シャフト軸変形の主要な成分は XY 平面内に現れると考えられる。

したがって、本節ではまず二次元問題として、すなわち X 軸と Y 軸の関係として変形を扱い、曲率により表現される変形成分の評価を試みる。

2-1. 平滑化スプラインにおける一般化交差検定

本研究において重要な要素は、変形軸の点群表現を連続表現、すなわち曲線として記述するための補間法である。

ここでは、実装および取り扱いの容易さから、scipy ライブラリにおけるスプライン補間を用いる。

特に、掲題の通り平滑化スプラインを採用する。すなわち、以下の汎関数

$$\sum_{i=1}^n \{Y_i - \hat{f}(x_i)\}^2 + \lambda \int \hat{f}''(x)^2 dx$$

を最小化する関数 \hat{f} を k 次 of スプライン関数 (よく使われるのは $k=3$ の三次スプライン) として表現し、これを曲線として取得する。

本研究の目的は、曲率および捩率といった曲線の形状に関する不変量を用いて、熱処理や加工に起因する変形を評価することにある。

そのためには、得られる曲率および捩率が信頼できるものである必要があり、その前提とし

て、信頼できる曲線が得られなければならない。

ここで問題となるのは、「何をもって信頼できると見なすか」という評価基準である。

すなわち、どのような λ を選ぶべきかという問題に帰着する。

また、複数サンプルの検品が前提となるため、データセット全体に対して一貫した処理を行う必要がある。

このため、個々のサンプルに対する λ の決定を恣意的に行うのではなく、何らかの数値的指標に基づいて与えることが望ましい。

したがって、本研究では、信頼性の判定を最適化問題の解として与える立場をとる。

scipy ライブラリには、平滑化スプラインを実装した `make_smoothing_spline` が存在し、平滑化パラメータ λ を明示的に指定することができる。

一方で、 λ を指定しない場合 (None とした場合) には、一般化交差検定 (Generalized Cross Validation; GCV) により、汎化誤差を最小とする λ が自動的に選択される。

そこでまず、GCV により得られた λ を用いて補間曲線および曲率を計算した結果を図 1 に示す。

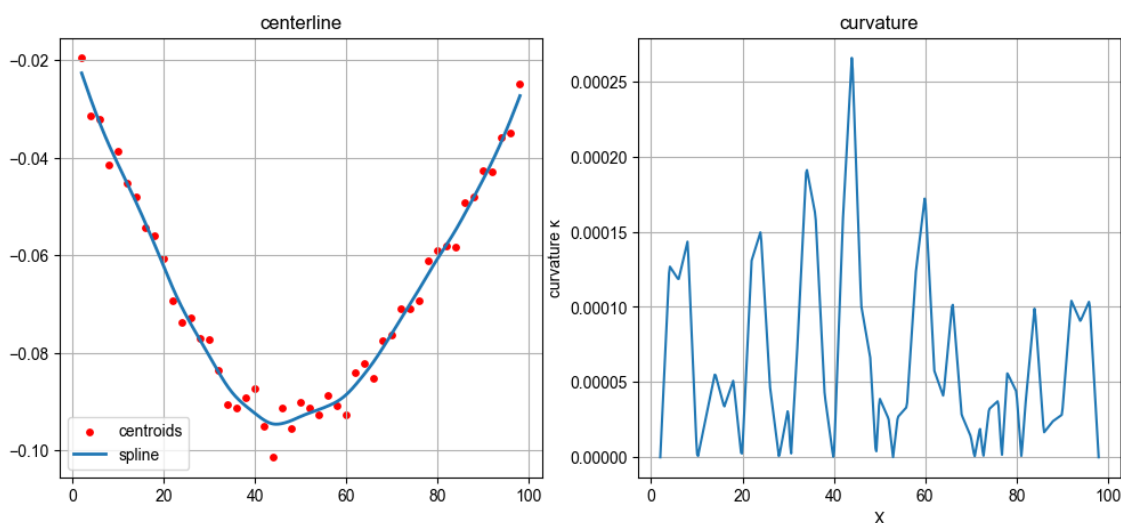


図 1：平滑化スプラインを用いた一般化交差検定の結果
(左：元の点群 (赤) と補間曲線 (青)、右：曲率)

図 1 の左図から、元データと補間曲線の関係を見る限り、GCV の結果は概ね良好な補間を与えていると考えられる。

しかしながら、その二階微分に相当する曲率を見ると、現れている構造を「形状の特徴」とみなすべきか、それとも「ノイズ」とみなすべきかの判断は容易ではない。

本研究における平滑化の目的は、元データに含まれるノイズを可能な限り除去することにある。

その一方で、過剰平滑化は避けなければならない。

この観点から見ると、GCVの結果は過剰平滑化を回避しているものの、ノイズが十分に除去されているかどうかについては明確な判断が難しい。

したがって、ここで新たな問題が生じる。

すなわち、「何をもってノイズが除去されたと判定するか」という基準である。

2-2. フーリエ展開

ノイズ除去を考える際、現代において素朴に想起される手法の一つがフーリエ変換である。すなわち、フーリエ変換を行った後、高周波成分を除去し、逆変換することで、ローパスフィルタとして利用する方法である。

フーリエ変換によるローパスフィルタは有力な選択肢ではあるが、本研究では「信頼できる曲線を得るためにどのような λ を選ぶべきか」という立場を取っている。

したがって、ここではフィルタとして用いるのではなく、GCVにより得られた結果がどのような周波数成分を持つかを観察することを目的としてフーリエ変換を適用する。

まず、曲率に対してフーリエ変換を行う。

なお、周波数表示は形状との対応が直観的ではないため、波長表示も併せて図2に示す。

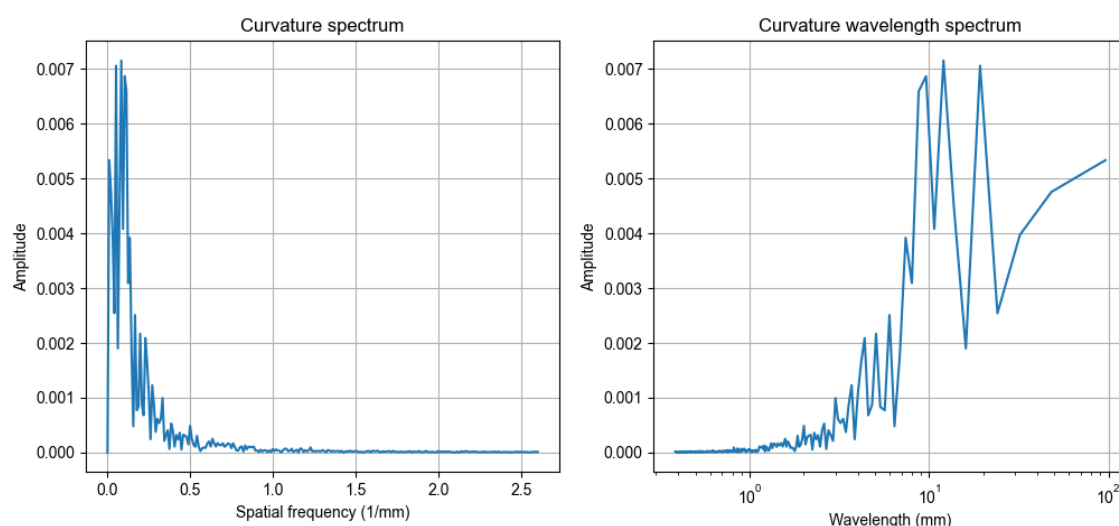


図2：GCVの結果から得られた曲率のフーリエスペクトル（左：周波数、右：波長）

図2を見ると、高周波成分が尾を引いているように見受けられ、ノイズ成分が残存してい

る可能性が示唆される。

また、波長表示において 10mm—20mm 付近にピークが存在することも確認できる。

ただし、この結果の解釈には注意が必要である。

三次スプライン曲線では曲率の連続性自体は保証されるものの、二階微分に基づく量であるためノイズの影響を受けやすく、また、特定の波長成分が形状の意味ある構造に対応しているかどうかは自明ではない。

そこで、より直観的に解釈可能な量として、横軸を x としたときの Y 成分 $y(x)$ に着目する。

$y(x)$ を異なる波長成分の重ね合わせ、すなわちフーリエ展開として捉えることで、形状構造を直接的に議論することが可能となる。

この観点に基づき、 $y(x)$ に対するフーリエ変換の結果を図 3 に示す。

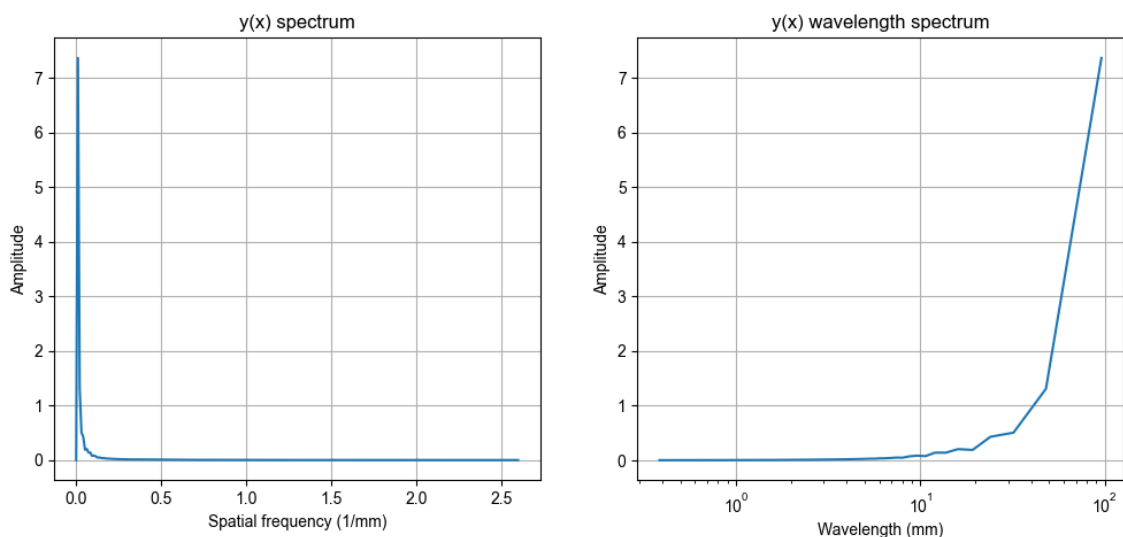


図 3：GCV の結果から得られた $y(x)$ のフーリエスペクトル（左：周波数、右：波長）

図 3 を見ると、高周波成分はほぼ消失しており、ノイズ成分が十分に抑制されているように見える。

また、波長表示においては最大波長付近に顕著な成分が確認される。

この挙動は、元データの形状が正弦波的な変形の一部（半波長程度）を含んでいると解釈すれば自然であり、有限長データにより波長の最大値が約 100mm 程度に制限されていることを踏まえても、大域的構造が適切に反映されていると考えられる。

以上より、少なくとも本データ（二次元版）に関しては、GCV により選択された平滑化パラメータが、ノイズ除去と構造保持の両立を達成している可能性が示唆される。

ただし、これは単一の観察結果に基づくものであり、GCV が常にこのような結果を与えるとは限らない。

したがって、単なる観察にとどまらず、平滑化パラメータ λ を安定的に制御するための数値的指標を導入する必要がある。

2-3. 波数成分の帯域共通集合

前節において、 $y(x)$ のフーリエスペクトルに基づくノイズ除去の判断可能性が示唆された。しかしながら、スペクトルを目視で評価する場合、判断者に依存したばらつきが生じ、一貫した評価が困難となる。

このため、本研究ではこの種の判断を数値的に扱うことを目的として、波長成分に基づく指標を導入する。

具体的には、元点群データにおける X 方向の平均間隔を ΔX とし、波長域を $k\Delta X$ を境として分割する。

この閾値の設計は、三次曲線を決定するために必要な最小点数が 4 であることに基づき、データ側の 4 点に対応するスケールを表すものである。

また、この波長域はサンプリング間隔および補間の影響を強く受けるため、信号とノイズ、さらに補間に起因するアーティファクトの識別が困難な領域である。

この意味において、本閾値はナイキスト周波数の概念の類推として、実効的な分解能限界を与えるものと位置づけられる。

なお、帯域の分割方法は必ずしもこの二分に限られないが、本研究では波長を l とし、識別困難帯域 ($l < k\Delta X$) と、それ以外の帯域 ($l \geq k\Delta X$) の二つに区分して観察する立場をとる。

次に、 $\lambda=0$ の k 次スプライン曲線 (ここでは $k=3$) および $\lambda \neq 0$ のスプライン曲線をそれぞれ求め、両者に対してフーリエスペクトルを算出する。

各波長帯域において、 $\lambda=0$ と $\lambda \neq 0$ のスペクトルのうち小さい方の値を取り、それらを加算することで、波長成分の共通集合を評価する。

すなわち、本指標は平滑化前後で共通して保持される成分の量を表すものである。

このとき、平滑化パラメータ λ を増加させるにつれて、短波長域 (高周波成分) は先に減衰し、長波長域 (低周波成分) は比較的保持されることが期待される。

2-4. 帯域共通集合のスージング因子 λ 依存性

まず、前節で提案した指標のスージング因子 λ に対する挙動を確認する。

λ を $1e-4$ から $1e8$ まで変化させた結果を図4に示す。

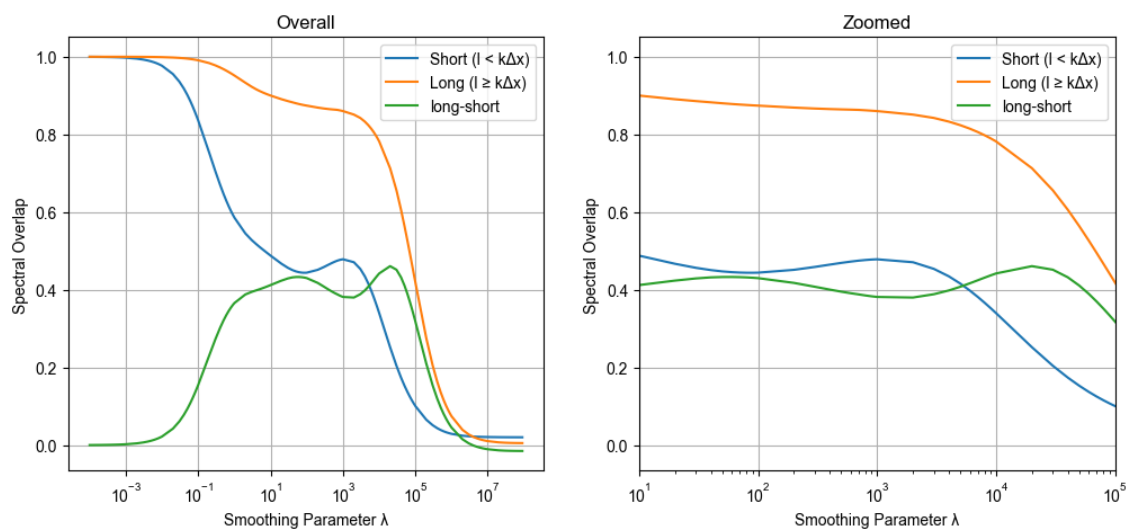


図4：帯域共通集合のスージング因子依存性（左：全体、右：拡大）

図4より、青線（短波長成分）は急激に減衰する一方、橙線（長波長成分）は比較的長く保持されていることが確認できる。

また、両者の差を示す緑線は二つの極大値を持つ特徴的な挙動を示している。

「可能な限りノイズを除去する」という観点と、「大域的な形状を保持する」という観点の双方から、以下の候補が考えられる。

- (1) 緑線の最大値
- (2) 橙線のエルボー
- (3) 緑線の第二極大値（青線のくぼみに対応）

ただし、(3)に対応する特徴は必ずしも常に現れるとは限らず、一般化された指標としての安定性に欠けると考えられるため、除外する。

本指標の挙動として、短波長成分は比較的小さな λ において先行して減衰したことは、ノイズ成分の除去として自然に解釈される。

また、 λ をさらに増加させた場合、短波長・長波長の双方が急激に減衰する領域が現れるが、これは過剰な平滑化により構造そのものが失われる現象として理解できる。

このように、短波長成分の減衰および長波長成分の崩壊といった大域的な挙動については、スージングスプラインの性質から一定の解釈が可能であると考えられる。

一方で、緑線に見られる局所的な極大値（第二極大値＝青線におけるくぼみ）や、その間に

現れるくぼみ（≡青線におけるこぶ）の形成については、これらを一貫して説明する理論的根拠を与えることが難しい。

すなわち、これらの挙動はデータや補間条件に依存して現れる可能性があり、一般的な指標として常に再現されるものだと期待しない方がいい。

したがって、このような局所的特徴を平滑化パラメータ選択の基準として採用することは、安定性の観点から適切とは言い難い。

このため、(1) および (2) に対応するスムージング係数について、曲線および曲率を比較した結果を図5に示す。

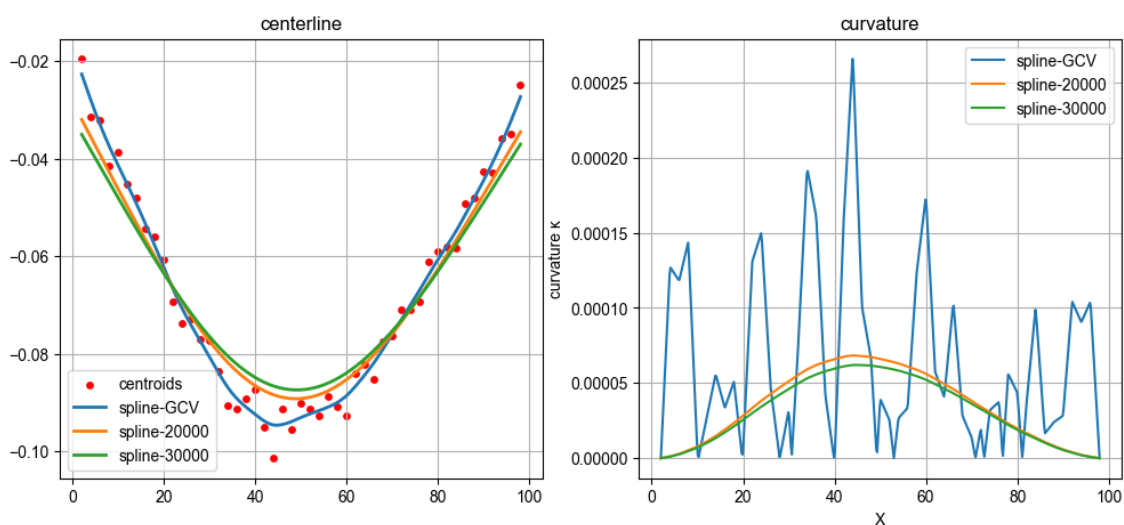


図5：GCV および最大差分・long の肩における平滑化曲線（左）と曲率（右）

図5の左図を見ると、(1) $\lambda=30000$ と(2) $\lambda=20000$ では曲線の段階ですでに過剰な平滑化が始まっていることが確認された。

よって、望まれる λ は少なくとも $\lambda=20000$ よりも小さいと考えられる。

また、この結果は、長波長成分の保持に基づく評価（long ベース）が必ずしも適切ではないことを示唆している。

以上の検討から、一度棄却した短波長成分に基づく指標を再検討する。

視覚的には「くぼみ」や「こぶ」として認識される特徴が存在するが、これらをそのまま極値として λ を決定する問題として扱うと、一般性に欠ける。

この挙動は、短波長成分の減衰が一段落するタイミング、あるいは構造崩壊直前の兆候として解釈することも可能である。

このように再解釈することで、当該特徴は一般性を持つ指標として扱うことが可能となる。この観点に基づき、対応するスムージング係数に対する結果を図6に示す（ $\lambda=90$ および

$\lambda = 1000$)。

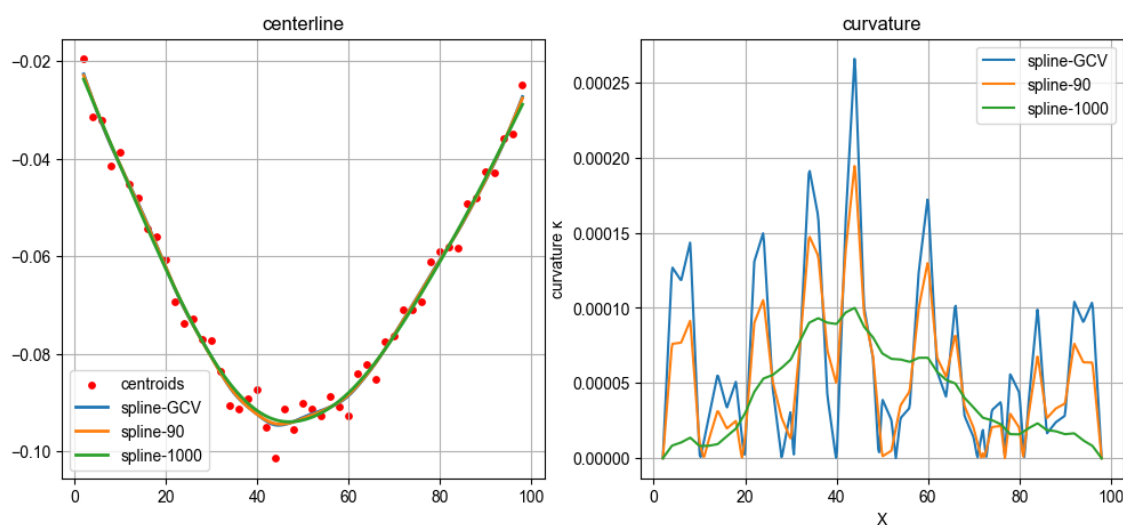


図6：GCV およびくぼみ・こぶにおける平滑化曲線（左）と曲率（右）

その結果、 $\lambda = 90$ は GCV と同様に構造を保持している一方、 $\lambda = 1000$ では異なる挙動が見られる。

特に、中央部では平滑化、すなわち山が縮み谷が埋まる挙動が見られるが、両端では曲率がただ減衰してゆく傾向が確認された。

これは単なる平滑化ではなく、構造の崩壊を示唆する可能性がある。

以上の結果から、候補となるスムージング係数は複数存在するが、現時点では決定的な選択基準は得られていない。

したがって、本研究ではこれらを候補として保持し、最終的な選択については今後の課題とする。

2-5. パラメトリック B スプライン近似による帯域共通集合

提案した帯域共通集合は、スプライン補間に基づく手法であれば適用可能である。

このため、別の補間手法としてパラメトリック B スプライン (splprep) による平滑化を検討する。

この手法では、残差平方和の許容値をパラメータとして与え、その制約のもとで k 階微係数の差の総和を最小化することにより曲線を決定する。

波長表示に基づく帯域共通集合の s 依存性を計算した結果を図7に示す。

なお、破線はセグメント数（すなわちギャップ点の数に1を加えたもの）を表している。

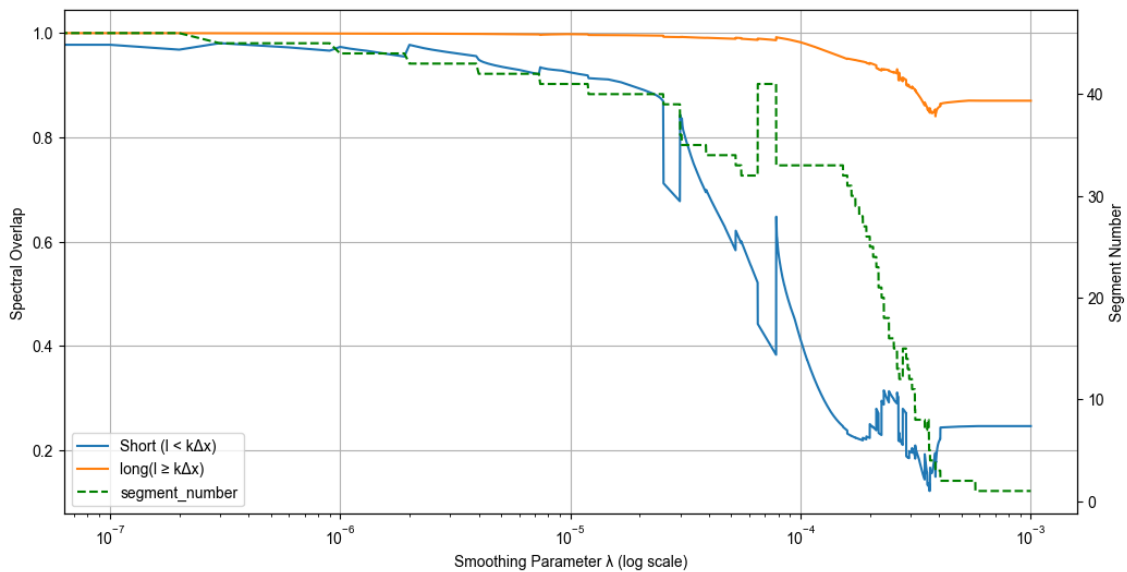


図7：splprep を用いた際の帯域共通集合（実線）と三階微分のギャップ点数（破線）

図7より、 s がある程度大きくなると、long および short の双方が一定値に収束する様子が確認される。これは、曲線が単一の三次関数に収束した飽和状態を意味する。

また、この収束に至る過程では、セグメント数の変動に対応して振動する挙動が見られる。すなわち、本手法における平滑化の進行は、連続的な減衰過程としてではなく、セグメント数の変化に対応した離散的な構造変化として現れる。

これらの結果から、平滑化スプライン (make_smoothing_spline) において行った考察をそのまま適用することは難しいことが分かる。

しかしながら、このような場合に帯域共通集合が振動するから扱いにくい、という前に何らかの思想で使えないだろうかと検討したい。

図7において観察可能な特徴点として、以下の3つを候補として検討する：

- (1) セグメント数が比較的安定している領域における short が最小となる s
- (2) 全体の中で short が最小となる s
- (3) 飽和した曲線に対応する s

これらについては、一度見てみたい。

(1)は平滑化スプラインと同様の考察が部分的にとはいえ使える領域における s の値として、(2)は全体の中で最も特徴的な s の値として、(3)は、splprep における飽和が単一の三次関数への収束を意味するため、必ずしも破綻を意味していると言い切れないため。

それぞれの値を、あくまでも検証のために探すと、(1)1.5e-4、(2)3.638e-4 (3)1.0e-3 が得られたため、これらの s を用いた場合の補間曲線および曲率の計算結果の比較を図8において行う。

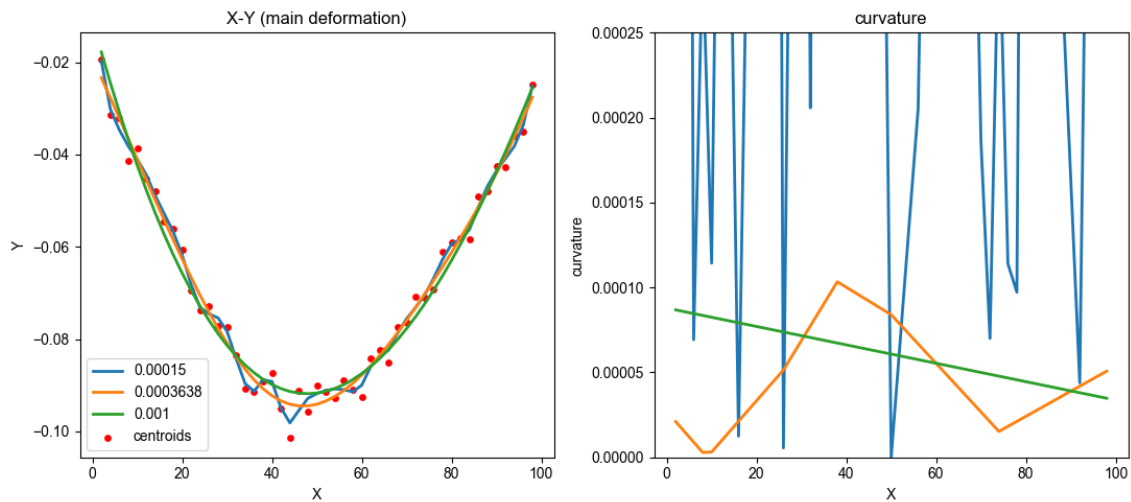


図 8 : splprep における帯域共通集合 (short) の特徴点における平滑化曲線 (左) と曲率 (右)

図 8 より、(1)では、曲線はデータ点に比較的忠実に追従するものの曲率は激しく変動しており、(2)では平滑化と曲率のバランスはよさそうだが、いくつかの三次関数で表現するための曲率の表現の限界に懸念が残る。そして、(3)は(2)との比較から過剰気味の平滑化であることと、曲率の表現が一つの三次関数であるために折れ線の一部（この場合は単調減少の直線のみ）となっていることが見出された。

総じて、splprep はノイズ除去を目的とした平滑化手法としては有効である可能性はあるものの、曲率や捩率といった微分幾何量に基づく形状評価に用いるには、依然として懸念が残る。

なお、見かけ上、(2)の結果を見ると splprep を用いた際の s の決定指標にも見えるかもしれないが、本研究における帯域共通集合は、あくまでも平滑化因子に対して連続的にノイズ除去が進んでゆくことを前提として提案している指標であるため、現時点ではこのような形で援用することの蓋然性は低いと言ふべきだろう。

以上の観点から、splprep による曲線補間をノイズ除去の観点から評価することは、少なくとも帯域共通集合に基づいて行うことは難しいため、現時点では曲率や捩率の解析まで見据えた上でのノイズ除去を目的にはそぐわないと考えられる。

したがって、本研究における三次元問題への拡張には、平滑化スプラインを用いることとする。

3. 三次元問題

ここからは、元データを三次元データのまま使って議論する。

二次元問題で提案した帯域共通集合の三次元版の扱いと、捩率の導入が主な内容となる。

3-1. 二次元問題の拡張

まず、三次元空間における変形シャフトの軸形状を扱うため、点群データから得られた中心軸をパラメトリック曲線として記述する。

軸上の点列をパラメータ t により

$$\mathbf{r}(t) = (X(t), Y(t), Z(t))$$

として与える。ここで、 t は離散点列に対して単調増加となるように定義された媒介変数であり、スプライン補間により連続関数として扱う。

次に、この三次元曲線を二次元問題へと帰着させるため、各成分を分離し、軸方向成分 $X(t)$ を基準として、

$$Y(X), Z(X)$$

の形式へ変換する。

このとき重要となるのは、 $X(t)$ が単調に整列していることである。

これが満たされていれば、 t を X の関数として定義でき、

$$Y(X) = Y(t(X)), Z(X) = Z(t(X))$$

として再表現が可能となる。

この変換により、三次元問題は $Y(X)$ および $Z(X)$ という二つの一次元信号として扱うことができる。

したがって、前節で導入したフーリエ展開および帯域共通集合の評価は、それぞれの成分に対して独立に適用可能である。

一方で、曲率 κ および捩率 τ は、パラメータ t に基づく三次元曲線の微分幾何量として定義される：

$$\kappa(t) = \frac{|\mathbf{r}'(t) \times \mathbf{r}''(t)|}{|\mathbf{r}'(t)|^3}$$
$$\tau(t) = \frac{(\mathbf{r}'(t) \times \mathbf{r}''(t)) \cdot \mathbf{r}'''(t)}{|\mathbf{r}'(t) \times \mathbf{r}''(t)|^2}$$

ここで、 $\mathbf{r}'(t), \mathbf{r}''(t), \mathbf{r}'''(t)$ はそれぞれ一次、二次、三次微分を表す。

以上より、本手法における役割分担は以下のように整理される：

- 形状のスペクトル評価（ノイズ評価）： $Y(X), Z(X)$ に対して実施
- 幾何学的特徴量の評価（曲率・捩率）： t に基づいて実施

この分離により、観測データに対するノイズ評価と幾何学的定義に基づく特徴量評価とを独立に扱うことが可能となる。

3-2. 帯域共通集合のスムージング因子依存性とスムージング因子 λ の候補

前節の枠組みに従い、帯域共通集合を Y および Z 成分それぞれに対して求め、その差分とともに図9に示す。

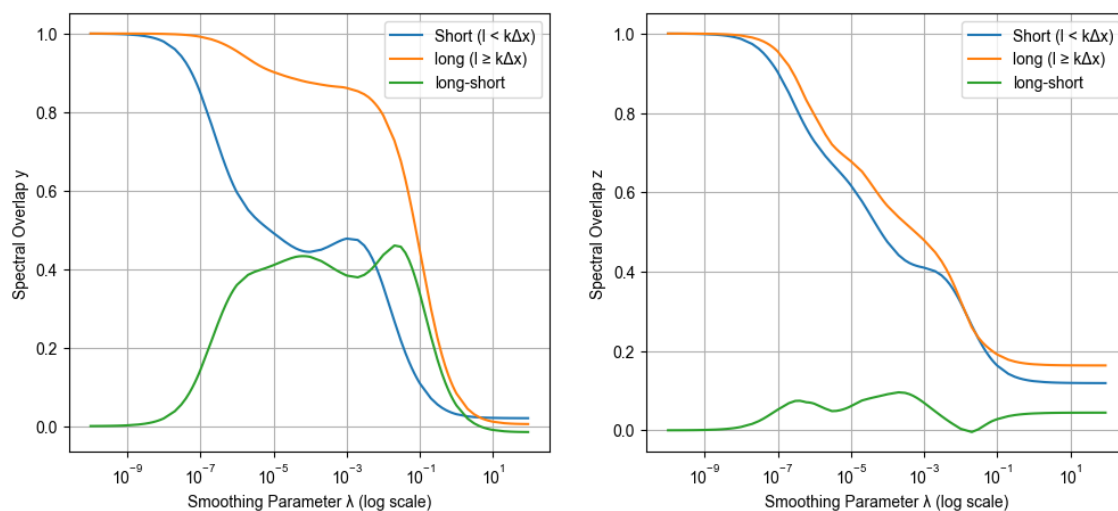


図9：三次元の場合の帯域共通集合のスムージング因子依存性（左：Y、右：Z）

図9の左（Y成分）は、図4と同様の挙動を示している。

このことは、三次元化に伴いZ成分を導入しても、主変形成分に対する λ 依存性は本質的に変化しないことを示唆している。

一方で、右側（Z成分）では、閾値より小さな成分および大きな成分がほぼ同様に減少しており、明確なスケール分離は観測されない。

前処理として元データに対して主成分分析（PCA）を行っていることを踏まえると、主変形成分と直交する成分は、顕著な大域的構造を持たない可能性が示唆される。

このため、Z成分を評価対象から除外することも一つの選択肢である。しかしながら、二次元問題における短波長側の特徴の見落としも省みて、情報を積極的に利用する方針とし、Z成分も含めた評価を行う。

以上を踏まえ、 λ の選定を単一の最適値探索としてではなく、異なる構造スケールに対応する候補点の比較として扱う。具体的には、以下の5点を候補として設定する。

- ・ Y成分における「くぼみ」（短波長側の第一次減衰の終息点）
- ・ Y成分における「こぶ」（短波長側の第二次減衰の起点）
- ・ Z成分における差分の最大点（弱構造の代表点）

- ・ Y 成分における差分の第一ピーク（二次元問題との整合性確認のための点）
- ・ Y のくぼみと Z の差分最大点の中間（折衷的候補）

これらの候補は、スムージング因子 λ の異なる位置に対応する特徴点であり、最終的な係数選定に向けた比較対象として扱う。

3-3. 曲率と振率のスムージング因子依存性

前節で取り上げた候補のスムージング因子 λ の候補に対応する曲線を求め、求めた曲線を図 10 に示す。

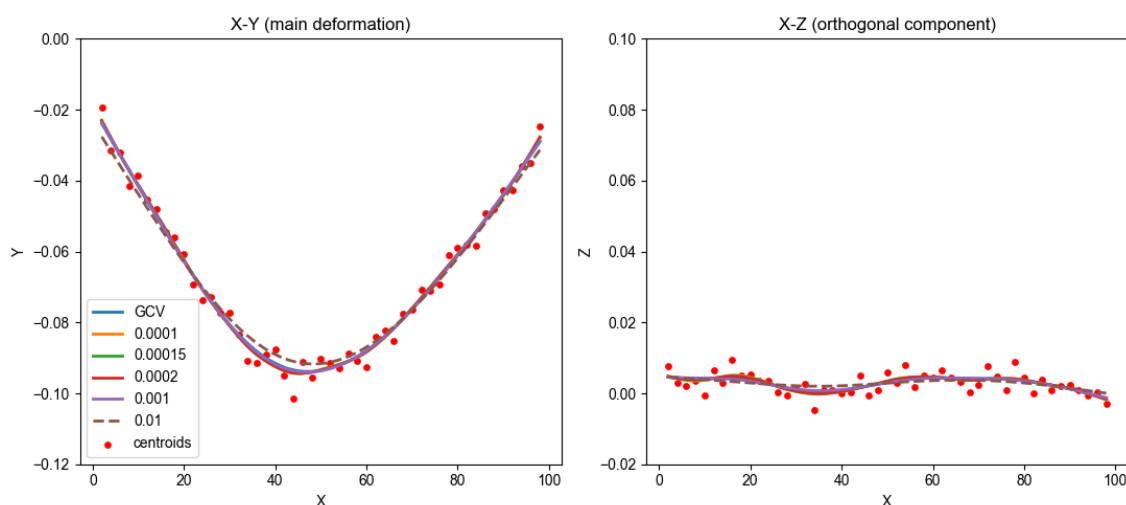


図 10：候補となるスムージング因子ごとの平滑化曲線（左：Y 成分、右：Z 成分）

まず、Y 成分（左図）においては、二次元問題（ $\lambda=30000$ ）と同様に、 $\lambda=1e-2$ のみが他の線から外れており、曲線において過剰平滑化の兆候が確認された。

一方で、Z 成分（右図）においては、もともと振動が小さく、有意な構造は認めがたい。この挙動は補間元データの段階から観測されるものであるため、ここではこれ以上の議論は行わない。

よって、この事例における λ の選定は、主として Y 成分における短波長側の挙動に基づいて行うことが望ましい。

つまり、候補としては、 $\lambda=1e-4$ と $\lambda=1e-3$ のどちらかを残すことが妥当だろう。

ただし、これは図 10 右図に示される通り、Z 方向（主変形成分と直交する方向）に有意な変形が確認されないことに起因する。

Z 成分においても一定の変形が認められる場合には、Y 成分および Z 成分の双方を対象として、適切なスムージング因子 λ の選定を行う必要があると考えられる。

次に、曲率と捩率の計算結果を示すが、これについては二次元問題において、曲率の両端が山を持つか、潰れているかの違いで2グループに分割したものを図11に示す。

前者は $\lambda=(1.0e-4, 1.5e-4, 2.0e-4)$ 、後者は $\lambda=(1e-3, 1e-2)$ およびGCVの結果となる。

なお、ここでは λ に対する依存性を見ることも兼ねて、図10におけるすべての λ の値の結果を示すことにする。

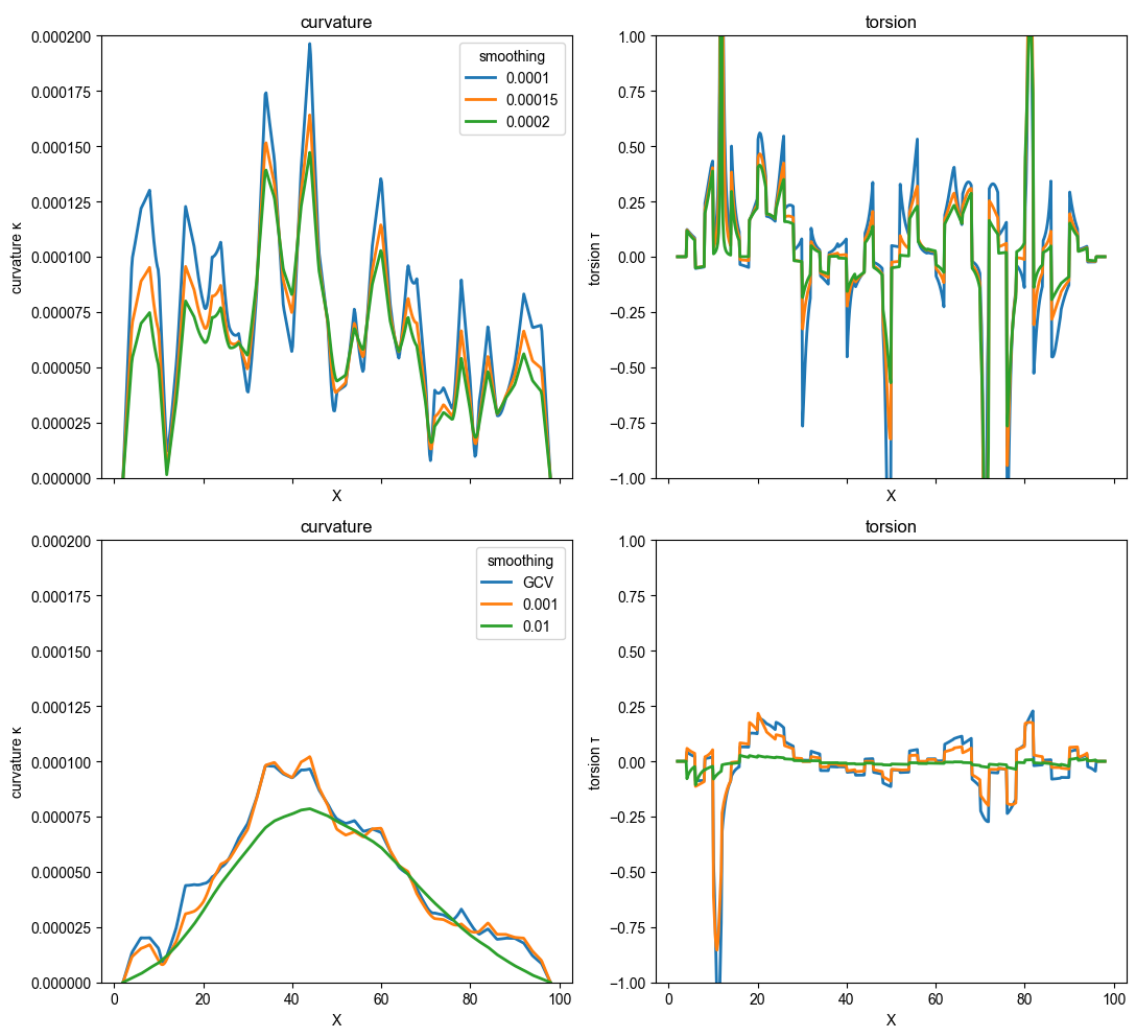


図11：スムージング因子ごとの曲率と捩率の計算結果

(左上：くぼみ側曲率、右上：くぼみ側捩率、左下：こぶ側曲率、右下：こぶ側捩率)

まず、曲率については、おおむね二次元問題における挙動と同様である。

ただし、GCVの結果が曲率の形状を見る限り、二次元ではくぼみ側であったが、三次元になってこぶ側に移ったことは注目すべきである。

GCVはデータへの追従と過剰適合ペナルティのバランスにより λ を選択するため、Z成分が加わったことで挙動が変化したものと考えられる。

しかしながら、二次元問題の場合と、三次元問題の場合とで、曲率の形状が定性的に異なる

ことを踏まえると、GCV に対する冒頭の懸念はある程度妥当であったと考えられる。つまり、曲線そのものを、過剰平滑化を避けながらよく選んでいる一方で、曲率や捩率を系統的に扱う際には、興味深い λ の領域を選んでいるものの、不安定さを伴うと考えられる。

次に、捩率について考えたいところだが、そもそも上下問わず右側の図が示す通り捩率自体が連続とは言い難い振る舞いを示している。

これについては、三次スプライン曲線を用いていること、すなわち捩率を求める際に必要な三階微分の滑らかさが保証されていないことが原因だと考えられる。

そのことを確かめるために、`scipy` で利用可能な、 $k=5$ まで選ぶことができるパラメトリック B スプライン近似の系統の関数、`UnivariateSpline` を用いて検証してみた。

その結果を、図 1 2 に示す。

なお、スムージング因子（残差平方和の最大値）として、 $3.5e-4$ を選んでいる。

この値の選択に特別な意味はなく、本質的には、全体が単一の多項式で近似されない限り、 k 階微分のギャップ点が存在するため、次数不足で捩率が滑らかではなくなり、かつ振る舞いを見やすいであろう条件を選んでいる。

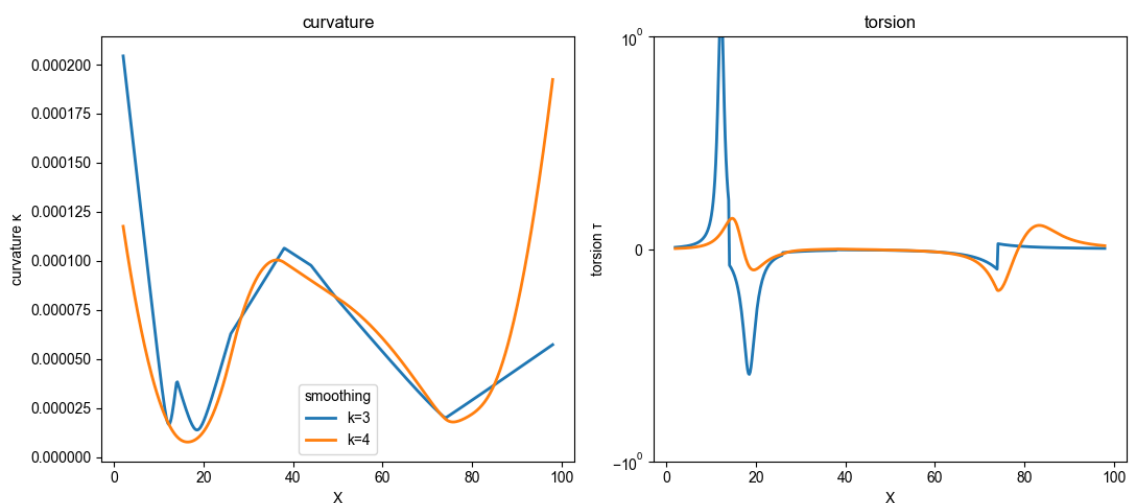


図 1 2：スプラインの次数を変えた曲率（左）と捩率（右）の計算結果

図 1 2 の右図を見ると、 $k=3$ （青線）では $x=15$ あたりと、 $x=80$ あたりで滑らかではない振る舞いをしている。

これについては、曲率（図 1 2 左図）でも三次関数であれば基本的には折れ線または直線の一部になることが多いことから、傾きが変わる点、すなわちギャップ点と思われる位置と整合している。

中央付近にもギャップ点はいくつかあるが、これは捩率の値が小さすぎて確認できない。

このように $k=3$ で表れる振率の滑らかではない振る舞いが、 $k=4$ では見かけ上の滑らかさとして回復していることから、振率を扱う際には $k \geq 4$ の曲線、すなわち少なくとも三階微分の連続性を保証する補間関数が必要であると考えられる。

ただし、それが安定した評価量として機能するかどうかは別問題であり、本研究の枠組みを維持したまま振率の連続性を担保する補間法の構築は今後の課題として残される。

3-4. 本研究における λ の決定基準

結論から言えば、本問題は依然として収束していないが、産業においては意思決定問題を伴うことから、あくまでもこれらを判断材料として何らかの値を決定する必要があるとすれば、現時点では本研究に基づいて $\lambda = 1e-3$ を採用したいと考える。

これは、前節で述べた通り、帯域共通集合の Y の短波長側成分が示唆する二つの値、すなわち、 $\lambda = 1e-4$ と $1e-3$ のうち「最後の構造崩壊」が開始される直前に位置する点である。つまり、最大限ノイズを除去しつつ、最低限の構造を維持する選択であると解釈できるためである。

なお、本研究においては協道にそれる試みとなるが、本研究の基本方針である「スペクトル構造に基づく評価」とは異なり、幾何量そのものでの判断を試みるとどうなるだろうか。もちろん、この議論はあくまで補助的・探索的なものであり、本研究の主たる評価基準を構成するものではない。

$\lambda = 1e-3$ 近傍（対数スケールでの両隣の値）として、 $5e-4$ ($\log 5 \doteq 0.7 \rightarrow -0.3$) と $2e-3$ ($\log 2 \doteq 0.3$)、および $\lambda = 1e-2$ （帯域共通集合が急降下中の値）と同様にその両隣である $5e-3$ と $2e-2$ の結果をまとめたものを図 1 3 に示す。

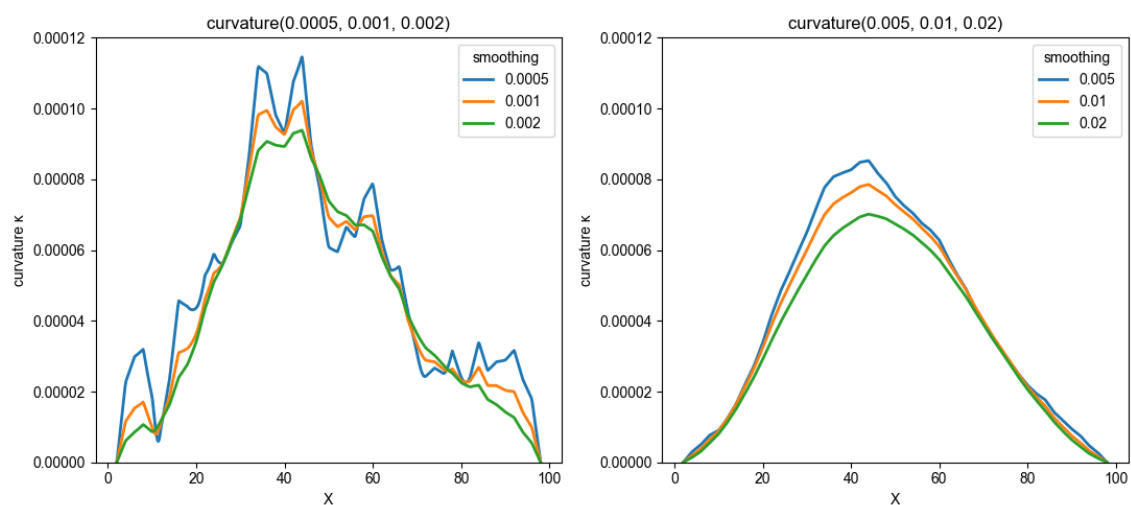


図 1 3 : $\lambda = 1e-3$ 近傍の曲率（左図）と、 $1e-2$ 近傍の曲率（右図）

この二つをグループ分けすると、

- ・ $\lambda=1e-3$ 近傍は、局所的に均される（山は抑えられるが谷は持ち上がる）
- ・ $\lambda=1e-2$ 近傍は、大域的に均される（全体的に値だけが減る）

という振る舞いの違いが見えている。

つまり、曲率の λ による変化の仕方自体が切り替わる、臨界点のような振る舞いを示す λ が存在すると考えられる。

しかしながら、この臨界点は帯域共通集合の観点から見ると、短波長成分 (short) の構造崩壊が既に進行している領域（この事例においても短波長成分のピーク ($\lambda=1e-3$) を超えた領域）に対応していることが分かる。

帯域共通集合の観点から見ると、このような曲率の振る舞いの変化する臨界点は、構造崩壊が進行している領域に対応していると解釈される。したがって、本研究の目的にはそぐわない。

そもそも、曲線を選ぶ目的は曲率を選ぶためであるが、その曲率を選ぶために曲率を使って曲線を選んで本末転倒であるから、帯域共通集合を導入して、あくまでも曲線で決めて、曲率を得る立ち位置を取っている。

このため、本考察は意思決定における補助的な判断材料を得ることを目的とした探索的検討である。

現時点で、あえて選択を求める制約を課すならば、 $1e-3$ を選択することにする。

これは、本研究では一貫して、曲率・振率とは独立に決定される数値指標に基づく評価と平滑化因子の選定を志向しているためであり、また、帯域共通集合に基づき、「最後の構造崩壊直前の点」を選択するという基準を暫定的に採用するためである。

4. まとめと今後の課題

本研究では、光学式三次元スキャナにより取得された点群データを用い、変形シャフトの軸形状に対する評価指標として曲率および振率の導入可能性について検討した。

その前提として、曲率および振率を信頼して扱うためには、点群データから得られる軸形状を適切に連続曲線として記述する必要がある。このため、本研究では平滑化スプラインを用いた曲線近似を採用し、スムージング係数 λ の選定方法について検討を行った。

一般化交差検定 (GCV) は一つの有力な選択肢であるが、曲率に関しては、同一データであっても二次元と三次元で異なる選択を与えることから、ノイズ除去を目的とした平滑化に

において、ある種の系統性を持った選択を保証しないことが示唆された。

本研究では、フーリエ展開に基づく波長成分の評価および、スプラインの次数とデータ間隔に基づく波長閾値を導入し、帯域共通集合の概念を用いてスムージング係数の変化に伴う構造の保持と減衰の関係を定量的に評価した。

その結果として、有意の変形成分が認められる場合には、短波長成分はまず長波長成分に先んじて素早く減衰する振る舞いを示し、その後、両方の成分が素早く減衰する過剰平滑化を示唆する振る舞いが確認された。

本研究では、帯域共通集合に基づく評価により示唆される「最後の構造崩壊直前の点」を採用するという立場から、暫定的に $\lambda \approx 10^{-3}$ を選定した。この選択は、局所構造の保持とノイズ除去のバランスを最も保守的に満たすものと解釈される。

最後に、本研究の提案はあくまで暫定解であり、以下の課題が残されている：

- ・「最後の構造崩壊直前の点」という基準の一般化
- ・構造が明瞭でない場合における λ の抽出方法
- ・変形軸点群自体に対するノイズ低減の可能性
- ・人工点群を用いた系統的検証
- ・振率評価における高次連続性を満たす補間手法の検討

以上より、本研究は、三次元点群データに対する微分幾何的評価の基盤を提示するとともに、実用化に向けた課題を明確にした。

光学式三次元スキャナを用いた変形シャフトの局所的な軸歪みの評価可能性

整理番号	2025a029
種別	一般研究-短期研究員
研究計画題目	光学式三次元スキャナを用いた変形シャフトの局所的な軸歪みの評価可能性
研究代表者	角 剛典(朝日熱処理工業株式会社・技術室)
研究実施期間	2025年4月1日(火)～2025年4月3日(木) 2025年9月1日(月)～2025年9月3日(水) 2026年3月27日(金)～2026年3月31日(火)
研究分野のキーワード	点群、空間曲線、曲線論、微分幾何、曲率
目的と期待される成果	<p>本研究では、光学式の三次元計測装置(三次元センサ)を用いて、熱処理によって変形したシャフトの局所的な軸歪みの評価を目指す。</p> <p>シャフトは最も基本的な機械部品の一つであり、回転運動により動力伝達を担う。とりわけ、軸が真直であることは、回転軸が一定であることを意味するため、シャフト製造における最も重要な要求項目と言える。</p> <p>シャフトの総体としての軸歪みは、通常、幾何公差の真直度により評価される。これに加えて、三次元センサにより取得できる広範な形状情報を活用することで、より詳細な軸に関する評価指標、引いては性能評価の基準を構築できる可能性がある。</p> <p>とりわけ、熱処理プロセスは、シャフト製造において欠くことができない工程である。それだけではなく、設計上意図せず、また予測しがたい軸歪みを生じる工程でもある。このため、熱処理プロセスにより生じるシャフトの軸歪みを幾何公差のみならず、より局所的な指標にまで踏み込んで探索する意義は、次のようなものが期待される：</p> <ol style="list-style-type: none">1. シャフトそのものの品質指標の精緻化2. 熱処理プロセスの評価基準の精緻化3. 熱処理による軸歪みの機械学習の端緒を開く <p>本研究の成果として、三次元センサにより得られる三次元点群データより得られる大域的な軸歪みの指標となる真直度と相補的な局所的な軸歪みの指標が見出されることが期待される。</p>
組織委員(研究集会) 参加者(短期共同利用)	角 剛典(朝日熱処理工業株式会社・なし)