

2025年度共同利用研究報告書

2026年02月26日

所属・職名 金沢大学・准教授

中澤 嵩

	整理番号	2025a017
1.研究計画題目	Logarithm conformation representationによる圧縮性流体方程式の導出と数値計算(II)	
2.新規・継続	継続	
3.種別	一般研究	
4.種目	短期研究員	
5.開催方法	対面開催	
6.研究代表者	氏名	中澤 嵩
	所属 部局名	金沢大学
	職名	准教授
7.研究実施期間	2025年06月10日(火曜日)~2025年06月11日(水曜日)	
	2026年02月24日(火曜日)~2026年02月27日(金曜日)	
8.キーワード	圧縮性Navier-Stokes方程式, Logarithm conformation representation, Semi-Lagrange method, Adaptive mesh refinement	
9.参加者人数	3人	

10.本研究で得られた成果の概要

<p>昨年までに、圧縮性Euler方程式の数値計算スキームの開発を完了し、今年度は圧縮性Navier-Stokes方程式への拡張を進めてきた。そして、代表的なテスト問題である2次元Viscous Sod Shock Tube Problemに取り組んできており、$Re=200$においては先行研究と同様の結果が得られた。しかし、$Re=500,750,1000$においては、十分に一致しているとは言えず、クーラン数のvalidationや数値計算スキームの改良を通して改善を図りたい。成果報告として、研究の進捗を纏めているスライドをuploadする。</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>1. 既に執筆した論文がある場合や既に共同研究を広げている場合は、その旨記載をお願いします</p> <p>中澤嵩、 Logarithm conformation representation による圧縮性流体方程式の導出と数値計算、 サイバーメディアHPCジャーナル, Vol. 15, pp. 75-78, 2025. https://doi.org/10.18910/102559</p> <p>中澤嵩、 高精度から高効率へー 圧縮性流体場における形状最適化に向けた新規ソルバー基盤構築 — 応用数理 (投稿中)</p> <p>2. 論文出版計画やさらなる共同研究の可能性がある場合は、その旨記載をお願いします</p> <p>$Re=200$において2次元Viscous Sod Shock Tube Problemの数値計算が完了していることから、 Fluid Dynamics Research誌に投稿する予定である。</p> <p>3. 本研究計画に至った動機やきっかけに関わる記載を含めてください</p> <p>研究代表者は、非圧縮性流体場における形状最適化問題に取り組んできた経験があり、この技術を 圧縮性流体へ拡張したいと考えた。また、産業応用を想定すると圧縮性流体場の方が、はるかに 需要が多いことも一因である。</p> <p>4. 昨年度からの継続課題の場合は、昨年度からどのように成果が広がったかについての記載を含 めてください</p> <p>昨年度は圧縮性Euler方程式を中心に研究を進めたが、今年度は圧縮性Navier-Stokes方程式に拡張 している。</p>
--

(継続)

Logarithm conformation representation による圧縮性流体方程式の導出と数値計算(II)

氏名：中澤嵩

所属：金沢大学学術メディア創成センター

滞在期間：

1 回目 2025 年 6 月 9–12 日

2 回目 2026 年 2 月 24–27 日

【研究概要】：圧縮性流体の直接数値計算 (Direct Numerical Simulation: DNS) は、特に航空工学の分野で数多く発展してきた。これらの研究では、衝撃波を高精度に解像することを主目的として、保存系の圧縮性 Euler 方程式および圧縮性 Navier–Stokes 方程式が一般的に用いられている。一方、本研究では、Logarithm Conformation Representation (LCR)、Semi-Lagrange Method (SLM)、Adaptive Mesh Refinement (AMR) を基盤とし、**非保存系の圧縮性 Navier–Stokes 方程式を新たに導出する**。この非保存系の枠組みを採用することで、従来の保存系と比較して空間方向の計算コストを大幅に削減でき、最適化問題における順問題をより低コストで解くことが可能となる。将来的には、衝撃波と乱流の相互作用である Shock Wave/Boundary Layer Interaction (SWBLI) の抑制を目指し、Shock Control Bump (SCB) の最適設計への応用を視野に入れている。

【研究内容】：本研究アプローチで導出される方程式系は非保存系で構成されているため、保存系を用いる従来手法と比較すると、エネルギーが厳密に保存されるとは言いがたい。しかし、圧縮性 Euler 方程式に本手法を適用したところ、密度分布にほとんど数値振動が生じないことが確認され、さらに必要な格子点数を従来の約 1/10 にまで削減することに成功した (T. NAKAZAWA, IJCFD, 2024)。この成果を基盤として、本研究では手法を圧縮性 Navier–Stokes 方程式へと拡張し、以下に示す支配方程式を新たに導出した。

$$\begin{aligned}\rho \frac{Da_\rho(\mathbf{x})}{Dt} + \rho(\nabla \cdot \mathbf{k}) &= 0, \\ p \frac{D\mathbf{u}(\mathbf{x})}{Dt} + \nabla p &= (\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma})^T, \\ p \frac{Da_p}{Dt} + \gamma p(\nabla \cdot \mathbf{k}) &= (\gamma - 1)\boldsymbol{\sigma} : \nabla \mathbf{u}^T + \frac{\gamma\mu}{RePr} \nabla \cdot \{\exp(a_p - a_\rho) \nabla(a_p - a_\rho)\}\end{aligned}$$

そのさい、

$$\sigma = \frac{\mu}{Re} (\nabla \mathbf{u}^T + (\nabla \mathbf{u}^T)^T) - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \mathbf{u}) \mathbf{I} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau \\ \tau & \sigma_y \end{bmatrix}, T = \frac{p}{\rho}$$

である。

本研究では、2次元の Sod ショックチューブ問題を対象として、 $Re = 200, 500, 750, 1000$ の各条件で数値計算を実施し、先行研究との比較検証を行った。これらの計算は高い空間解像度を必要とするため、計算機サーバーおよび大規模並列計算環境を活用し、計算時間の短縮を図った。

【研究成果】: $Re = 200$ の条件においては、クーラン数を 0.6 として計算を行ったところ、2次元 Viscous Sod Shock Tube の数値解は先行研究と良好に一致する結果が得られた (Fig. 1)。

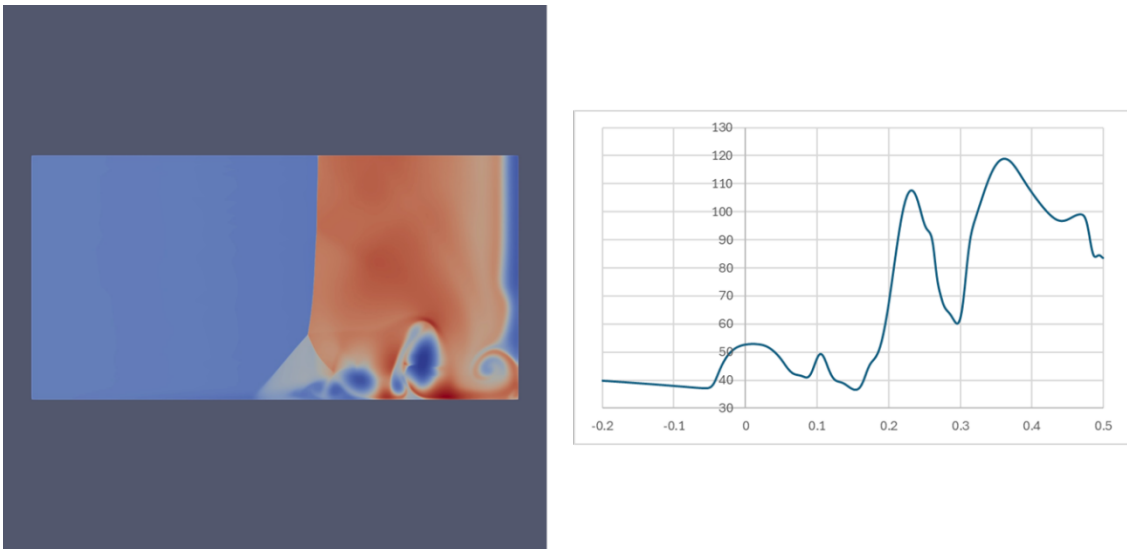


Fig. 1 $Re = 200, t = 1$ における密度場 (左) および底面上の密度分布 (右)。

しかし、 $Re = 500, 750, 1000$ とレイノルズ数を増加させるにつれて、数値解が先行研究の結果から徐々に乖離する傾向が確認された。そこで、時間積分の安定性を高めるためクーラン数を 0.4 に設定して再計算を行ったところ、 $Re = 500$ に関しては先行研究と同等の結果を得ることができた。今後は、 $Re = 750$ および 1000 に対する計算を継続するとともに、レイノルズ数の増加に伴って必要となる格子点数の増大に対応するため、AMR の導入や並列計算手法の改良を進め、より高速かつ効率的に計算を実行できる手法の組み合わせを検討していく予定である。

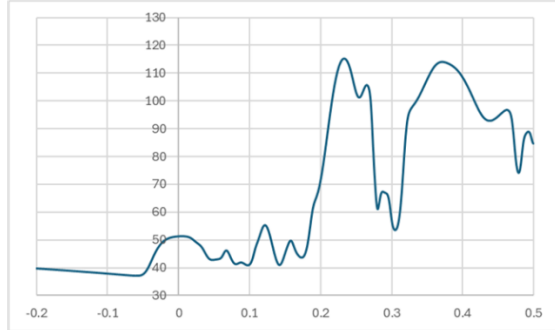
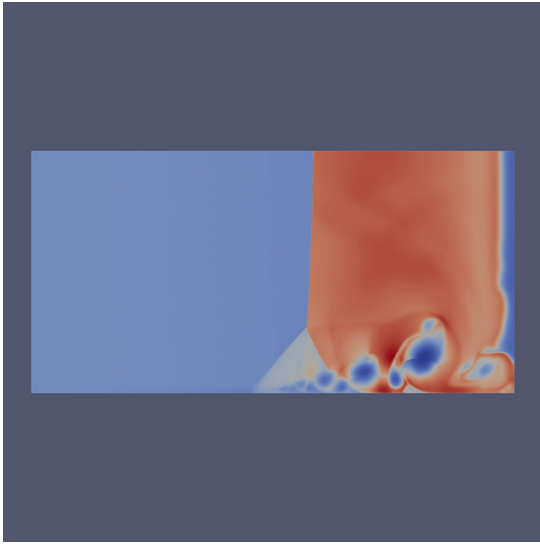


Fig. 2 $Re = 500, t = 1$ における密度場 (左) および底面上の密度分布 (右)。

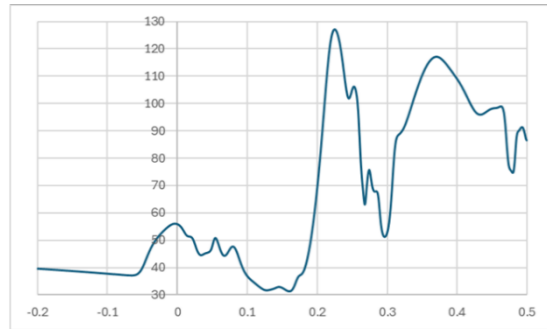
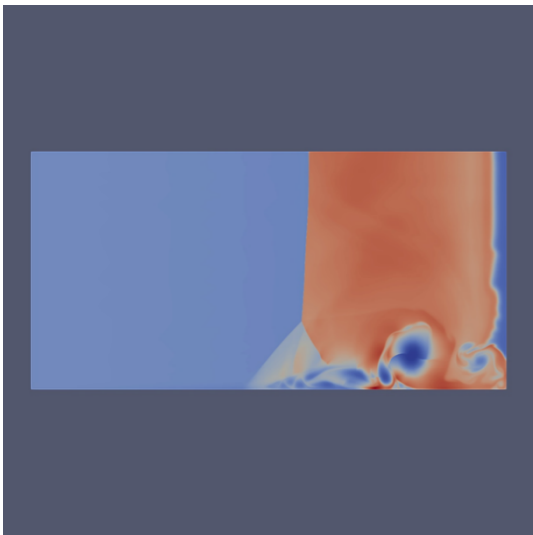


Fig. 3 $Re = 750, t = 1$ における密度場 (左) および底面上の密度分布 (右)。

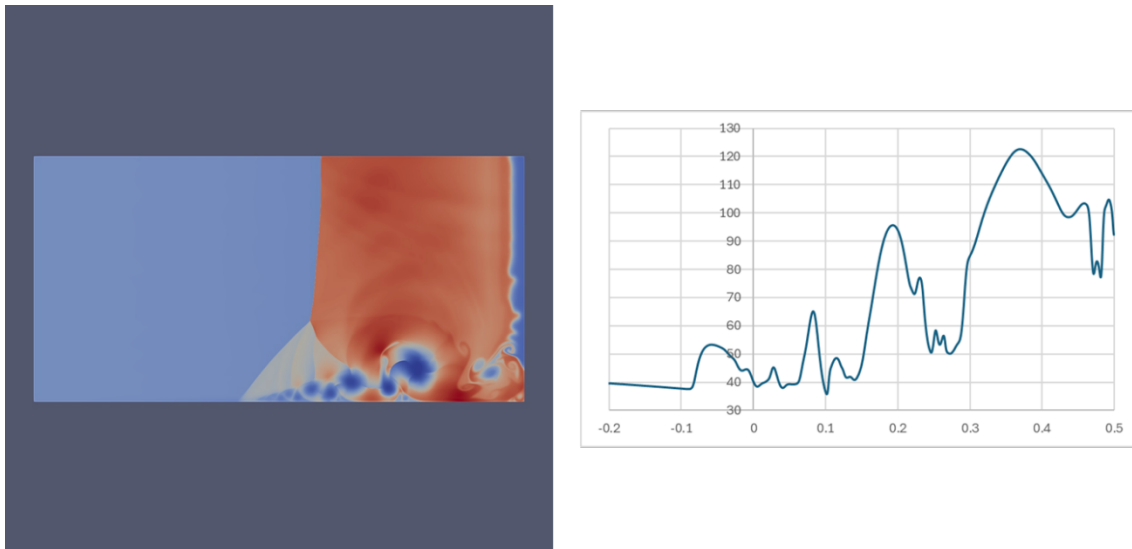


Fig. 4 $Re = 1000$, $t = 1$ における密度場（左）および底面上の密度分布（右）。

【研究実績】：下記に今年度の実績を記述する・

論文

1. 中澤嵩, Logarithm conformation representation による圧縮性流体方程式の導出と数値計算, サイバーメディア HPC ジャーナル, Vol. 15, 75-78, 2025.
<https://doi.org/10.18910/102559>
2. 中澤嵩, 高精度から高効率へー 圧縮性流体場における形状最適化に向けた新規ソルバー基盤構築 一、応用数理（投稿中）

招待講演

3. 中澤嵩, Logarithm Conformation Representation を用いた圧縮性流体ソルバーの開発, MCME セミナー, 2025 年 5 月 17 日, 武蔵野大学.
4. 中澤嵩, Logarithm conformation representation を用いた圧縮性流体ソルバーの開発, RIMS 共同研究（公開型）「数値解析が切り開く新たな情報社会 ～データ駆動型から「富岳 NEXT」～」, 2025 年 10 月 8 日, 京都大学.
5. T. NAKAZAWA, Shape Optimization Problem for Turbulent Flow, AMSC, 2026 年 1 月 28 日, 金沢大学.

国内学会発表 6 件

Logarithm conformation representationによる圧縮性流体方程式の導出と数値計算(II)

整理番号	2025a017
種別	一般研究-短期研究員
研究計画題目	Logarithm conformation representationによる圧縮性流体方程式の導出と数値計算(II)
研究代表者	中澤 嵩(金沢大学・准教授)
研究実施期間	2025年6月10日(火)～2025年6月11日(水) 2026年2月24日(火)～2026年2月27日(金)
研究分野のキーワード	圧縮性Navier-Stokes方程式, Logarithm conformation representation, Semi-Lagrange method, Adaptive mesh refinement
目的と期待される成果	<p>圧縮性流体の直接数値計算(Direct Numerical Simulation: DNS)は、特に航空工学において数多く開発されており、衝撃波の高精度な解像を主な目的として保存系の圧縮性Euler方程式及び圧縮性Navier-Stokes方程式が採用されてきた。しかし、本研究では、Logarithm conformation representation(LCD), Semi-Lagrange method(SLM), Adaptive mesh refinement(AMR)を軸に非保存系の圧縮性Navier-Stokes方程式を導出する。これにより、保存系と比べて大幅に空間方向の計算コストを抑制することが可能となり、最適化問題を解く際の順問題を低コストで解くことにつながる。将来的には、衝撃波と乱流との相互作用であるShock Wave/Boundary Layer Interaction(SWBLI)を抑制することを目的として、Shock Control Bump(SCB)の最適設計を検討している。</p> <p>この研究アプローチで導出される方程式は非保存系で構成されているため、保存系を用いる従来の方法と比較して十分にエネルギーが保存されているとはいえない。しかし、圧縮性Euler方程式に適用したところ、殆ど密度分布が振動しない結果が得られ、格子点数は10分の一まで抑制することに成功した。このような取り組みを土台として、圧縮性Navier-Stokesに拡張し、2次元のSod Shock Tubeについて$Re=200, 500, 750, 1000$に関して計算を行い、先行研究と数値計算結果について比較を行う。しかしながら、2次元であること、粘性を考慮すること等から、2次元のSod Shock Tubeで計算を行うと格子点数が25万点を超えるためシングルスレッドでの数値計算には限界がある。そこで、計算機サーバーや大型計算機による大規模並列計算を行うことで、計算時間の短縮化を図る必要があるが、計算機環境の整備もまた検討事項として挙げられる。</p>
組織委員(研究集会) 参加者(短期共同利用)	中澤嵩(金沢大学・准教授)