

2022年度共同利用研究報告書

2022年09月06日

所属・職名 九州大学マス・フォア・インダストリ研究所・学術研究員

軸丸 芳揮

	整理番号	2022a034
1.研究計画題目	離散膜O曲面論と図式力学を活用した建築曲面設計手法の開発	
2.新規・継続	継続	
3.種別	若手・学生研究	
4.種目	短期共同研究	
5.研究代表者	氏名	軸丸 芳揮
	所属 部局名	九州大学マス・フォア・インダストリ研究所 職名 学術研究員
6.研究実施期間	2022年05月12日(木曜日)～2022年05月12日(木曜日)	
	2022年05月26日(木曜日)～2022年05月26日(木曜日)	
	2022年06月09日(木曜日)～2022年06月09日(木曜日)	
	2022年06月23日(木曜日)～2022年06月23日(木曜日)	
	2022年07月07日(木曜日)～2022年07月07日(木曜日)	
7.キーワード	建築構造 釣り合い形状 施工性 シェル理論・膜理論 離散微分幾何学 可積分幾何 図式力学	
8.参加者人数	22人	

9.本研究で得られた成果の概要

建築のデザインや構造設計では、大空間を覆うシェル・膜構造の形状を力学的・幾何学的観点から導くことが望ましい。シェル構造の剛性を効率的に利用するためには、荷重に対して曲げが生じず、面内膜応力のみで釣り合う形状が理想とされるが、幾何学的特性による従来の形状決定手法では非常に狭い曲面クラスのみを扱ってきた。

一方で、滑らかな曲面の法線方向に定荷重が作用するとき、曲率線座標方向に面内せん断が生じない膜の釣り合い式とガウス・コダッチ方程式を対として得られる非線型方程式系が「膜O曲面」と呼ばれる可積分系をなすことがC. RogersとW. K. Schiefによって示され、可積分性を保つ離散化理論も提唱された。

研究代表者らは、令和2年度短期共同利用研究「シェル理論・膜理論への微分幾何学からのアプローチとその建築曲面設計への応用（研究代表者：早川健太郎）」において初めて、膜O曲面論の建築曲面設計への応用に関する検討を行ったが、離散膜O曲面論を活用した実装には至っていない。

本共同利用研究においては、W. K. Schief教授の論文（Proc. R. Soc. A, 2014）において提唱された離散膜O曲面の基礎理論と図式力学の手法を活用し、与えられた荷重に対して好ましい力学的特性と施工性を両立する、新しい曲面形状決定手法をCADソフトウェアRhinoceros上で実装することを目標とした。

主な成果は下記の通りである：離散曲率線網および離散極小曲面を含めた離散双等温網の生成プラグインの作成、および離散膜O曲面論を活用し、形状・荷重・境界反力を指定した際に、辺に直交する応力ベクトルによって釣り合う場合の応力分布を自動出力するプラグインを作成した。また離散正則関数を活用したMichellトラス型構造を提案し、この構造には可積分幾何・構造安定性・美的性が共存する数学・建築の双方から興味深い対象であることが明らかとなった。

IMI 共同利用研究・成果報告書 (改訂版)

軸丸芳揮 (九州大学マス・フォア・インダストリ研究所, 学術研究員)

2022年10月17日

区分: 若手・学生研究 - 短期共同研究

研究題目: 離散膜 O 曲面論と図式力学を活用した建築曲面設計手法の開発

研究代表者: 軸丸 芳揮 (九州大学マス・フォア・インダストリ研究所, 学術研究員)

研究参加者:

横須賀洋平 (鹿児島大学学術研究院理工学域工学系, 准教授),

林 和希 (京都大学大学院工学研究科建築学専攻, 助教授),

早川 健太郎 (京都大学大学院工学研究科建築学専攻, 博士後期課程 3 年),

八木孝憲 (Taiyo Europe GmbH, General Manager of Global Engineering),

鈴木奨之 (太陽工業株式会社, 設計職),

堺雄亮 (株式会社ソニーコンピュータサイエンス研究所, アソシエイトリサーチャー),

水谷圭佑 (日建設計)

研究実施期間:

5月12日(木) 13:00-17:00 第一回討論 (遠隔, 非公開),

5月26日(木) 15:00-18:00 第二回討論 (遠隔, 非公開),

6月9日(木) 15:00-16:00 第三回討論 (遠隔, 非公開),

16:00-17:00 公開講演 (遠隔):

講演者: 八木孝憲 (Taiyo Europe GmbH), 鈴木奨之 (太陽工業株式会社)

講演タイトル: 膜構造の実応用事例と数学・建築の連携研究への期待

6月23日(木) 15:00-18:00 第四回討論 (遠隔, 非公開),

7月7日(木) 15:00-16:00 第五回討論 (遠隔, 非公開), 16:00-17:00 成果報告会 (遠隔, 公開)

研究背景・目的: 建築のデザインや構造設計では, 大空間を覆うシェル・膜構造の形状を力学的・幾何学的観点から導くことが望ましい. シェル構造の剛性を効率的に利用するた

めには、荷重に対して曲げが生じず、面内膜応力のみで釣り合う形状が理想とされるが、幾何学的特性による従来の形状決定手法では非常に狭い曲面クラスのみを扱ってきた。一方で、滑らかな曲面の法線方向に定荷重が作用するとき、曲率線座標方向に面内せん断が生じない膜の釣り合い式とガウス・コダッチ方程式を対として得られる非線型方程式系が「膜 O 曲面」と呼ばれる可積分系をなすことが C. Rogers と W. K. Schief によって示され、可積分性を保つ離散化理論も提唱されている [1], [2]。膜 O 曲面は線型 Weingarten 曲面などを含む曲面のクラスであり、好ましい力学的特性をもつとされるが、これまで建築曲面設計において活用されてこなかった。研究代表者らは、令和 2 年度短期共同利用研究「シェル理論・膜理論への微分幾何学からのアプローチとその建築曲面設計への応用（研究代表者：早川健太郎）」において初めて、その建築曲面設計への応用に関する検討を行った。本共同利用において、形状に作用する力の釣り合い図式との対応を可視化する「図式力学」の観点を導入することの有効性が確認されたが、離散膜 O 曲面を活用した実装には至っていない。本共同利用研究においては、[2] において提唱された離散膜 O 曲面の基礎理論と図式力学の手法を活用し、与えられた荷重に対して好ましい力学的特性と施工性を両立する、新しい曲面形状決定手法を CAD ソフトウェア Rhinoceros 上で実装することを目標とする。

研究概要・実施状況：離散膜 O 曲面論（上記参考文献 [2]）に関する勉強会は 2021 年度から行っていたため、第 1 回（5 月 12 日）では主に記号や概念の復習、および本共同利用期間における方向性を決めた。第 2 回（5 月 26 日）では離散膜 O 曲面論の活用の基礎として、ユーザーが与えた境界をもつ離散曲率線網の自動生成プラグインを作成した。第 3 回（6 月 9 日）では太陽工業の設計者 2 名による公開講演を行った。第 4 回（6 月 23 日）では離散膜 O 曲面論に用いられている応力ベクトルのポテンシャルを活用し、応力分布の自動出力に関するプロトタイプを作成し、改良に向けた議論を進めた。第 5 回（7 月 7 日）では上述の成果に関する報告会を公開で行った。

研究成果：以下では、研究概要にて述べた各種プラグインに関する成果の概略を述べる：

(1) ユーザーが与えた境界曲線をもつ離散曲率線網の生成プラグイン：

離散膜 O 曲面論の設定は各四辺形が同一円周上にあるという「離散曲率線網」の条件が必要である。建築構造設計においては「厚み方向にねじれを生じない」離散曲面として施工性の観点から有用である。そのため、与えられた境界曲線および適切なパラメータを指定することで、Rhinoceros 上で離散曲率線網を自動生成するプラグインを作成した。図 1 では離散曲率線網の生成例を示す。

(2) 離散双等温網、および離散極小曲面の生成プラグイン：

本成果は (1) におけるパラメータを特殊化することにより、離散双等温網 (discrete

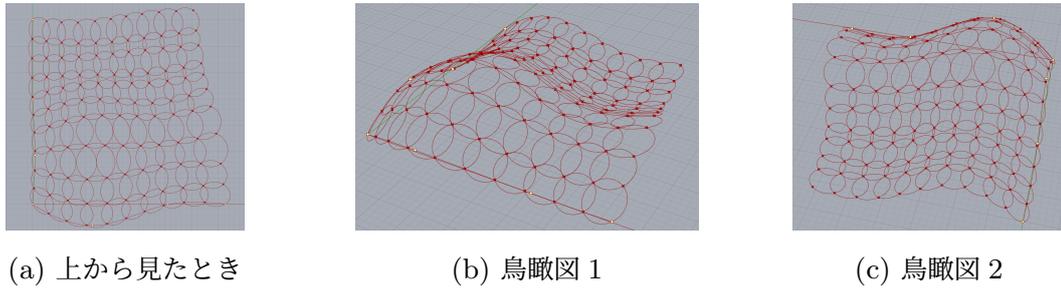


図 1: 与えられた境界曲線をもつ離散曲率線網の生成例

isothermic surfaces) の生成を与えるものである。特に平面上の離散双等温網は離散正則関数と呼ばれ、適切な変換（立体射影と Christoffel 変換）を通じて 3 次元空間内の離散極小曲面の生成に活用することができる [3]。そこでユーザーが平面内の離散正則関数を指定したとき、上述の変換プロセスを組み込むことで離散極小曲面を出力するプラグインを開発した。本手法による離散極小曲面の生成例を図 2 に示す。

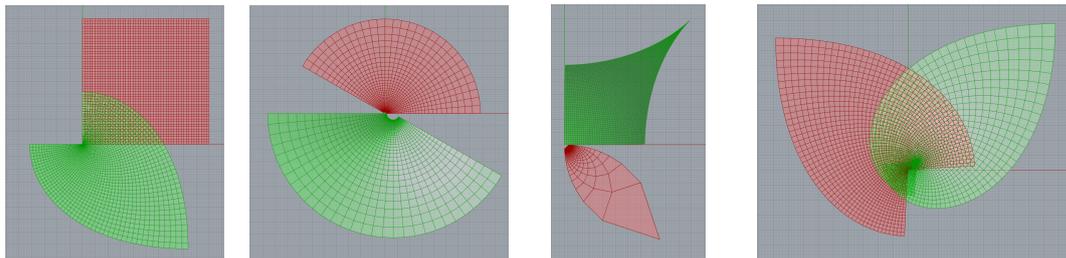


図 2: 赤：平面上の離散正則関数，緑：対応する離散極小曲面

(3) 離散指数関数を用いた Michell トラス型構造：

与えられた荷重・支持条件に対し、軸力と長さの積を最小化するトラス構造は Michell トラスと呼ばれ、建築構造分野で古典的に知られる [4]。本成果は、トラスの釣り合いを面材の純せん断の釣り合いの問題へ置き換えることにより、離散正則関数を活用した Michell トラス型構造の構成を提案するものである。図 3 は離散正則関数 [3] から構成したトラス構造およびその静的構造解析結果であり、以下の条件に基づいて解析を行った：トラス左端の座標は $(-30.8, 0)$ であり、単位は m、部材は鋼材の材料特性を想定し、20cm 角の一樣断面、ヤング率 205000N/mm^2 、ポアソン比 0.3 とし、右端 10 点をピン支持、左端に鉛直下向きに 1kN の荷重を作用させた。図 3 の右図では曲げ剛性の有無による軸力分布の違いを示す。灰色の領域は曲げ剛性を考慮した場合・しない場合での共通部分を表している。灰色領域の占める割合が大きいため、構造物に作用する内力における曲げの寄与が小

さく、提案手法により生成した形状が主に軸力で伝達されることが確認された。さらに、得られたトラスを構成する各離散曲線は「離散対数型美的曲線 [5]」であることが示され、構造安定性・美的性・可積分系が交叉する対象として、新しい数学の研究の萌芽となることが期待される。

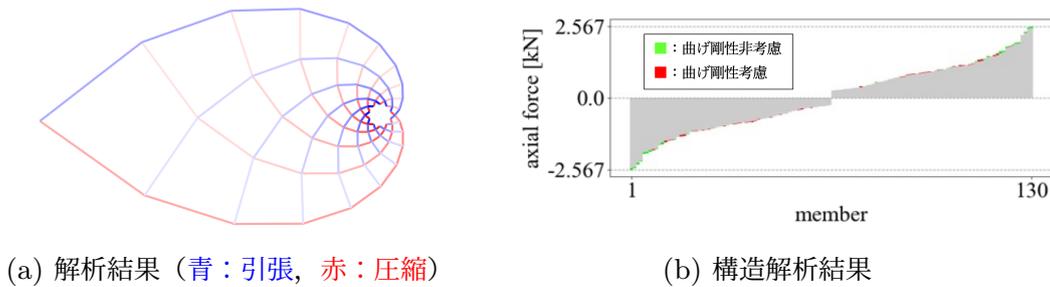


図 3: 離散指数関数から構成した Michell トラス型構造および静的構造解析結果

(4) 離散膜 O 曲面論に基づく形状・荷重・境界反力を与えた場合の応力分布の自動出力：[2] においては離散曲率線網の各面の法線方向に一定の荷重が作用するとき、せん断ゼロ（各辺には辺に直行する力が作用する）で釣り合うための条件が詳述されている。これらを明示的に書き下し、(1) で述べた離散曲率線網 r の生成手法を組み合わせることにより、形状 r と各四辺形に荷重 \bar{p} 、境界に作用する力（ここでは境界反力と呼ぶ）が与えられた場合の曲面内部の応力（ベクトル）の分布を自動出力するプラグインを作成した。例を図 4 に示す。

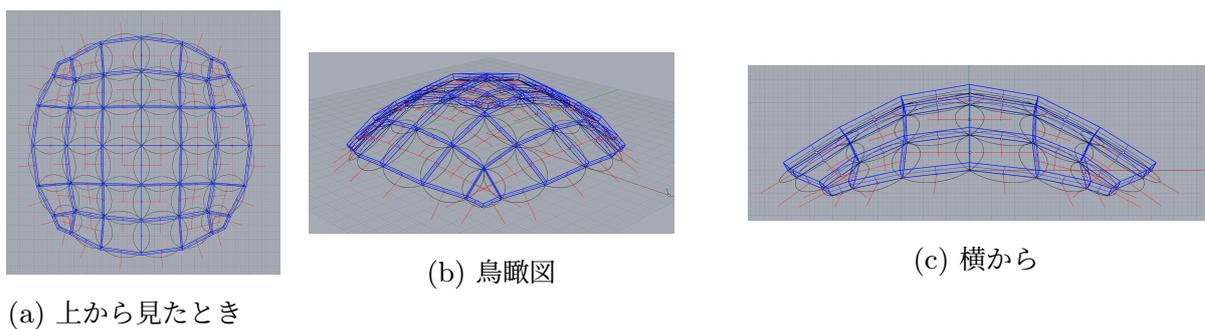


図 4: 面の法線方向に定荷重が作用し、辺に直交する応力ベクトル（赤）の分布。

結論・今後の課題：本短期共同研究においては、面の法線方向に定荷重が作用する場合に望ましい応力分布で釣り合う形状を、施工性に優れる形で生成することをテーマとし、主に論文 [2] にて提示された理論の内容を共有し、CAD の標準ソフトウェアである

Rhinoceros 上での実装を行った。また議論の過程において Michell トラス型構造という、可積分幾何・構造安定性・美的性が共存する非常に興味深い構造を発見した。これは離散可積分系の建築方面への新たな応用を拓くのみならず、純粋数学の方面からも興味深い研究の萌芽となることが期待される。一方で離散膜 O 曲面論の活用においては、図式力学を活用した「応力分布の情報から形状を復元する」というプロセスの構築、および実装に向けた取り組みは今後も継続して共同研究を行う。

成果発表：日本応用数学会における口頭発表（下線は登壇者）：

- 日本応用数学会 2022 年度年会 研究部会 OS：幾何学的形状生成
 - 日時：2022 年 9 月 10 日 (土)
 - 場所：北海道大学 (Zoom とのハイブリッド開催)
- (1) 講演者：早川 健太郎, 林 和希, 軸丸 芳揮, 梶原 健司, 横須賀 洋平
講演タイトル：離散正則関数を用いた Michell トラス型構造について
- (2) 講演者：横須賀 洋平, 軸丸 芳揮, 林 和希, 早川 健太郎, 八木 孝憲, 鈴木 奨之, 堺 雄亮, 水谷 圭佑
講演タイトル：離散膜 O 曲面による形状・応力分布の同時生成

参考文献

- [1] C. Rogers and W. K. Schief, On the equilibrium of shell membranes under normal loading. Hidden integrability. *Proc. R. Soc. Lond. A* **459** 2449–2462.
- [2] W. K. Schief, Integrable structure in discrete shell membrane theory, *Proc. R. Soc. A* (2014) **470**: 20130757.
- [3] A. Bobenko, U. Pinkall, Discrete isothermic surfaces, *J. reine angew. Math.*, **30** (4) (1996), 187–208.
- [4] A. G. M. Michell, The limits of economy of material in frame-structures, *Phil. Mag. ser. 6* (4) (1904), 589–597.
- [5] J. Inoguchi, Y. Jikumaru, K. Kajiwara, K. T. Miura, W. K. Schief, Log-aesthetic curves: similarity geometry, integrable discretization and variational principles, arXiv:1808.03104.

開催日：2022/07/07～2022/07/07

離散膜O曲面論と図式力学を活用した建築曲面設計手法の開発 | 共2022a034

カテゴリー：イベント

タグ：

若手研究

短期共同研究

開催概要

- 開催方法：Zoomミーティングによる**オンライン開催**
- 主要言語：日本語
- 共催：九州大学マス・フォア・インダストリ研究所、JST CREST JPMJCR1911「設計の新パラダイムを拓く新しい離散的な曲面の幾何学」
- 研究計画題目：離散膜O曲面論と図式力学を活用した建築曲面設計手法の開発
- 研究代表者：軸丸 芳揮（九州大学マス・フォア・インダストリ研究所・学術研究員）
- 研究実施期間：
 - 2022年5月12日（木）～2022年5月12日（木）
 - 2022年5月26日（木）～2022年5月26日（木）
 - 2022年6月9日（木）～2022年6月9日（木）
 - 2022年6月23日（木）～2022年6月23日（木）
 - 2022年7月7日（木）～2022年7月7日（木）
- 公開期間：2022年6月9日（木）、2022年7月7日（木）
- 研究計画詳細：https://joint1.imi.kyushu-u.ac.jp/research_chooses/view/2022a034

プログラム

6月9日（木）

16:00-17:00 公開講演

八木 孝憲（Taiyo Europe GmbH）、鈴木 奨之（太陽工業株式会社）

「膜構造の実応用事例と数学・建築の連携研究への期待」

7月7日（木）

16:00-17:00

軸丸 芳揮（九州大学マス・フォア・インダストリ研究所）

成果報告