

## 2022年度共同利用研究報告書

2022年12月05日

所属・職名 京都大学大学院理学研究科・准教授

稲生 啓行

|          |                                      | 整理番号         | 2022a014 |     |
|----------|--------------------------------------|--------------|----------|-----|
| 1.研究計画題目 | VRを用いたインタラクティブな高次元認識 2               |              |          |     |
| 2.新規・継続  | 継続                                   |              |          |     |
| 3.種別     | 一般研究                                 |              |          |     |
| 4.種目     | 短期共同研究                               |              |          |     |
| 5.開催方法   | ハイブリッド開催                             |              |          |     |
| 6.研究代表者  | 氏名                                   | 稲生 啓行        |          |     |
|          | 所属<br>部局名                            | 京都大学大学院理学研究科 | 職<br>名   | 准教授 |
| 7.研究実施期間 | 2022年08月29日(月曜日)～2022年09月02日(金曜日)    |              |          |     |
| 8.キーワード  | 4次元可視化, ヴァーチャル・リアリティ, コンピュータ・グラフィックス |              |          |     |
| 9.参加者人数  | 44人                                  |              |          |     |

### 10.本研究で得られた成果の概要

数学や物理・データ分析等において、高次元の対象がしばしば現れる。近年急激に発達しているVRシステム上で、それらをインタラクティブに可視化し観察して理解することは、今後重要になるものと思われる。その為我々はインタラクティブな4次元可視化システムであるPolyvisionを開発した。このようなシステムを利用することで、4次元的な構造のより良い認知が得られていることを心理実験によって検証することが、前回の2020年度の短期共同研究での課題となっていた、その後継続して議論を重ね、現在2022年12月中にも心理実験を実施する運びとなっている。

本研究は、その心理実験の計画、およびPolyvisionをベースとしたその実験環境の開発を目的に行った。

公開部分では、4次元のインタラクティブな可視化や認知に関係する分野の研究者・開発者たちによる講演・議論を行った。特に招待講演者としてMarc ten Bosch氏を招き、4次元での剛体の力学や、更にそれを用いたゲームを作るにあたって、プレイヤーに4次元を段階的に理解してもらう為のレベル設計等の工夫について解説してもらったことは非常に有意義であった。

非公開部分では、4次元の幾何学的構造に関するテスト環境の実装を行い、またVR用HMDとの比較のためにスクリーンでの対照実験を行うことや、試行の種類や回数などの具体的な心理実験の設計についての議論を行った。上述の通り本研究での議論・開発を中心に、その後も心理実験の計画・開発を進めており、近日中に心理実験を行い、4次元ユークリッド空間における長さや角度という幾何学的性質の認知に関して、VRを用いることによる効果を検証する予定である。

# 2022 年度 九州大学 IMI 共同利用・短期共同研究 「VR を用いたインタラクティブな高次元認識 2」 報告書

稲生 啓行 (京都大学大学院理学研究科)

## 1 はじめに

本稿は、2022 年 8 月 29 日 (月) から 9 月 2 日 (金) に開催された短期共同研究「VR を用いたインタラクティブな高次元認識 2」の報告書である。近年、仮想現実 (バーチャル・リアリティ, VR) の技術は、計算機の高性能化と安価なヘッドマウントディスプレイ (HMD) 型機器の登場により急激に発展している。これによって、圧倒的な現実感・没入感で 3 次元の対象を観察・操作できるようになった。しかしながら、数学や物理、データ分析などの分野においては、4 次元もしくはそれ以上の高次元の対象がしばしば現れる。この研究の目的は、VR 空間に 4 次元の対象をリアルタイムに可視化し、ユーザが動きまわってそれを観察し、操作できるようにすることで、インタラクティブに 4 次元 (またはそれ以上) の対象を感覚的に理解することである。

4 次元の世界は、1884 年に刊行された Abbott の小説 [1] においても既に興味の対象であった。4 次元の対象には、超立方体などの正多胞体、クラインの壺や射影平面などの 3 次元ユークリッド空間には埋め込めない曲面の 4 次元空間への埋め込み、複素力学系などに現れる、複素 2 次元空間内のフラクタル集合のように、簡単なものから複雑なものまで様々なものがある。このような数学的・抽象的なアイデアや複雑なデータなどを実際に自分の目で観察することは、それらを理解する上での大きな助けとなる。教育においては人々の理解を深め、研究においては新しい構造や新しい現象を発見できるかもしれない。その為のインタラクティブな可視化環境を、VR 機器を用いて実装する試みが少しずつ行われはじめていく。

しかしながら、3 次元空間に生活する我々にとって、実際に 4 次元の対象を可視化して理解することは簡単ではない。従って、簡単なものから少しずつ理解を深めていく必要があるだろうと考えられる。2020 年度に行った短期共同研究「VR を用いたインタラクティブな高次元認識」では、現在の 4 次元可視化とインタラクション、またそれに関連する VR や 3 次元コンピュータグラフィックス (3D CG) を用いた数学的对象その他の可視化に関する技術・研究に関する情報を共有し、よりよい実装方法や、段階的に 4 次元 (または高次元) の認識を深めていくためのチュートリアル作成などについて議論を行った。それを受けて、今回は VR によるインタラクティブな可視化が、実際に高次元認識に貢献しているかどうかを実証するための心理実験を行うため、具体的な設計と実装を行った。実際の心理実験は 2022 年 12 月中に実施を予定している。

## 2 研究の背景

研究代表者の専門分野である複素力学系においては、Mandelbrot 集合や Julia 集合といった複雑なフラクタル集合が自然に現れる。これらは複素 1 次元、つまり実 2 次元の平面上の集合なので、簡単に計算機で絵を

描画することができる。しかし次元が上がって複素 2 次元、つまり実 4 次元になると、これを描くことは困難である。宇敷 [3] は 2007 年頃には既に Biham–Wenzel の方法を用いて複素 Hénon 写像の Julia 集合を描くソフトを開発していた。2013 年に HMD 型の VR 機器である Oculus Rift の開発キットが手に入るようになると、宇敷と稲生はこれらの Julia 集合を VR で見るソフトの開発を始めた。その後 2016 年頃から一般向けの VR 機器が急速に普及した。性能が格段に向上して、より高い没入感で精細な画像を表示し、それを操作することが可能になった。また開発環境も整備され、3D アプリケーションの VR 化が容易になり、本質的な部分に集中して開発ができるようになった。そこで稲生は 3 次元の点群の為のライブラリである Pcx [9] を拡張して、4 次元点群を表示できるようにした [11]。

4 次元空間を可視化し操作するシステムは既にいくつか存在していた。例えば 4Dice [5] では超立方体の 4 次元的回転をタブレットのタッチ操作で実装しており、4D Maze と 4D Draw [6] ではキーボードの操作で 4 次元を探索できる。そして、4D Toys [7] では 4 次元の多面体の物理演算を実装し、VR 空間にその 3 次元スライスを表示することで 4 次元の物体とのインタラクションができる。作者の ten Bosch は、4 次元パズル・ゲームである Miegakure [8] も開発している。Polyvision [13] では、1 つの 4 次元の対象の複数の 3 次元射影を VR 空間に表示し、それらを操作することで 4 次元の回転を実装した。他にも、phi16 による VRChat の World [12] でも 4 次元超立方体を回転するデモが実装されているし、講演者の五十嵐のソフトウェアでも VR を用いた別の 4 次元回転の実装がなされている。

4 次元の認知については、4 次元空間における距離と角度に関する実験 [4] がある。これは VR 空間内で 3 次元スライスを連続的に動かせるようにすることで対象を観察し、2 点間の距離や 2 つの線分のなす角をどれだけ理解できるかテストしたものである。また 3 次元物体の形状を把握する為には、回転操作は重要であり、4 次元ではより重要になるものと考えられる。(3 次元の) 回転に関するよく知られた実験の 1 つに、心的回転 [2] に関するものがある。2 つの図形が合同であるか鏡像になっているかを被験者に判定させ、反応時間を測定したものである。

これらの状況を踏まえて、Polyvision などの 4 次元のインタラクティブな可視化の実装が、実際に 4 次元空間や 4 次元図形の理解に貢献できていることを実証する必要があるとの考えに至った。それを実証する為の方法として、2 つの 4 次元物体が合同であるかどうかというタスクや、4 次元空間における長さや角度の比較についてのタスクによる心理実験が候補として挙げられてきた。実際に試してみると、やはり 4 次元の構造の把握は難易度が高く、その中では長さや角度を比較するタスクが適切な難易度であり、まずはこれらについて心理実験を行うのが良いのではないかという結論に達した。また、心的回転を行うには、4 次元回転に関する十分な経験や訓練が必要となるが、被験者にそれを要求することは難しいため、心的回転ではなく実際に回転させて判定させることにした。

### 3 実施状況

新型コロナウイルスの感染拡大状況を踏まえて、対面と Zoom セミナーを用いたハイブリッド開催とした。

本共同研究では、公開ワークショップとして、組織委員および関係する研究者・開発者による 9 件の講演を行った (もう 1 件講演を予定していたが、残念ながら講演者の都合によりキャンセルとなった)。対面参加者向けには、出席者らの作成したデモの体験会も行った。講演内容は、4 次元の可視化やその VR におけるインタラクションや、その応用による新たな構造の発見について、2 次元スクリーン上で 3 次元の立体感を表現する方法について、3 次元 VR 空間における形状把握や空間表現について等であった。招待講演者として招いた Marc ten Bosch 氏には、VR4 次元体験アプリや開発中の 4 次元ゲームのコンセプトや、その基礎となる

理論について解説していただいた。

講演後には多くの質問・コメントがあり、講演者と複数の参加者による活発な議論・意見交換がなされた。

非公開部分は対面のみで行い、主に 4D の幾何学的構造の認識に関する心理実験の実施に向けたディスカッションと開発を行った。

### 3.1 講演の概要

今回 3 日間に渡って 9 件の講演を行った。

招待講演者である Marc ten Bosch には 3 件の連続講演をしていただき、VR 空間で 4 次元オブジェクトを体験するアプリである 4D Toys [7]、および開発中の 4 次元パズルゲームの Miegakure [8] がベースとして用いている 4 次元の剛体の力学について、数学的に記述するための道具である geometric algebra の部分から解説していただいた。

鍛冶は 4 次元の可視化とインタラクションに関する現在までの状況や、いくつかの試みについての解説をした。高次元知覚理解の問題設定はどのようなべきか議論し、現在我々が計画している心理実験についての紹介と、そこで鍵となる 4 次元の「回転」についての考察、更にそれに加えてレイトレーシングによる 4 次元空間の 2 次元スクリーンへの投影の試みについても紹介した。また 稲生は Polyvision [13] を含め、これまで開発してきた 4 次元可視化方法を用いることによる新たな構造の発見について紹介した。具体的には、複素力学系における代表的な研究対象である Mandelbrot 集合 (正確にはその境界) のある種の複素 2 次元化として得られる、双二次多項式族の分岐測度の分布を可視化し、そこに「穴」が開いていることを発見し、その「穴」が実際に分岐測度の台と交わらないという数値的な傍証も得られていることを紹介した。

3 次元・4 次元の空間の認知については、増田は複雑な多面体の形状把握について、複数の観察手法についての比較実験の結果とその考察について述べた。五十嵐は 4 次元空間の 3 次元への投影とその 2 次元切断面の 2 つを重ねて表示することによる、新しいインタラクションシステムについて解説し、それをを用いた 4 次元迷路探索の実験結果について紹介した。また松本はリダイレクティブドワーキングと呼ばれる、VR 空間でのユーザの移動を操作する手法を 3 次元的に拡張することで、VR 環境でメビウスの帯の上を一周する体験を実現した手法について解説した。

安生は 3 次元 CG における適切な視点位置の決定、3D メッシュモデルの視覚的特徴の測定とその応用、3 次元シーンの 2D 画像から 3 次元シーンを推定する方法について解説した。

デモセッションでは、我々の Polyvision [13] や松本らの Mobius walker [10]、五十嵐の 4 次元迷路や、ten Bosch の Miegakure [8] 等をお互いに体験しあうことができ、非常に刺激的であった。

### 3.2 議論と開発

当該短期共同研究終了後も議論・開発を進めており、12 月中には心理実験を実施する予定にしている。ここでは当該短期共同研究を含め、12 月 5 日現在までの進捗状況について述べる。

心理実験の設計については、以前開発した Polyvision [13] をベースに行うこととしたが、実際にどのようなタスクを被験者に解いてもらうかについては、長らく議論してきた。2 つの図形のうち 1 つだけ操作可能にし、同じ向きに揃えるタスクや、鏡像対称かそうでないかを判定するなどの案もあったが、最終的には、長さや角度という、基本的な幾何学的な性質の理解について調べることにし、以下のように問題を設定することとした。

4次元空間内の、原点を端点に持つ4つの線分を表示し、それを被験者にコントローラを用いて自由に回転してもらおう。4つの線分のうち、1つだけ長さや角度の条件が異なるようにしてあり、被験者には他と異なっていると思われる軸の色を回答してもらおう。

VR可視化による効果を見るための対照実験として、VR用HMDを装着するかわりにスクリーンを用いた2次元的な映像でも同じタスクを行うことにした。スクリーンとHMDで結果に差が出れば、VR空間を用いた可視化が4次元的な幾何学的構造の認知に貢献していることを示すことができる。

開発は、可視化とインタラクションのシステムは既にほぼ完成していたため、実験をする為に必要となる部分について主に行った。具体的にはスクリーンへの対応、予備実験用の調査項目を聞くためのインターフェイスや、起動時の問題選択の為にインターフェイス、問題の読み込みやログの書き出しなどである。これらの開発も、近日中に行う心理実験に向けた最終調整を残すのみとなっている。

## 参考文献

- [1] Edwin A. Abbott. *Flatland: A Romance of Many Dimensions*. Seeley & Co. 1884.
- [2] Roger N. Shepard, Jacqueline Metzler. *Mental Rotation of Three-Dimensional Objects*. *Science*, 171 (3972), 701-3. 1971.
- [3] 宇敷重廣. *Shigehiro Ushiki Home Page*. <https://www.math.kyoto-u.ac.jp/~ushiki/>
- [4] Michael S. Ambinder, Ranxiao Frances Wang, James A. Crowell, George K. Francis, Peter Brinkmann. *Human four-dimensional spatial intuition in virtual reality*. *Psychonomic Bulletin & Review* 16, 818–823, 2009.
- [5] Andrew J. Hanson. *4Dice*. 2012. <https://www.cs.indiana.edu/~hanson/>
- [6] Jeffrey Weeks. *4D Maze and 4D Draw*. 2016. <http://geometrygames.org>
- [7] Marc ten Bosch. *4D Toys*. 2017. <http://4dtoys.com>
- [8] Marc ten Bosch. *Miegakure*. To appear, <https://miegakure.com/>
- [9] Keijiro Takahashi. *Pcx - Point Cloud Importer/Renderer for Unity*. 2017. <https://github.com/keijiro/Pcx>
- [10] Tatsuki Yamamoto, Jumpei Shimatani, Isamu Ohashi, Keigo Matsumoto, Takuji Narumi, Tomohiro Tanikawa, Michitaka Hirose. *Mobius walker: pitch and roll redirected walking*. SIGGRAPH Asia 2017 Emerging Technologies 1–2. <https://dl.acm.org/doi/10.1145/3132818.3132832>
- [11] Hiroyuki Inou. *Pcx4D - 4D Point Cloud Importer/Renderer for Unity*. 2018. <https://github.com/romanesco/Pcx4D>
- [12] phil6. *Inter-action on the Math*. 2019. [https://vrchat.com/home/world/wrld\\_c937bde4-b585-4e6b-9623-d16525780287](https://vrchat.com/home/world/wrld_c937bde4-b585-4e6b-9623-d16525780287)
- [13] Keigo Matsumoto, Nami Ogawa, Hiroyuki Inou, Shizuo Kaji, Yutaka Ishii, Michitaka Hirose. *Polyvision: 4D Space Manipulation Through Multiple Projections*. SIGGRAPH Asia 2019 Emerging Technologies 36–37. <http://doi.acm.org/10.1145/3355049.3360518>

九州大学 IMI 共同利用・短期共同研究  
「VR を用いたインタラクティブな高次元認識 2」  
Interactive cognition of higher dimension with VR 2

2022 年 8 月 29 日 (月) ~ 2022 年 8 月 31 日 (水)  
(研究実施期間: 2022 年 8 月 29 日 (月) ~ 2022 年 9 月 2 日 (金))  
会場: C501 大講義室 (Zoom を用いたハイブリッド開催)

---

## 公開プログラム

8 月 29 日 (月)

14:00-14:30 鍛冶 静雄 Shizuo Kaji (九州大学)

Capturing the fourth dimension

14:45-15:15 Marc ten Bosch (mtb design works, inc.)

n-Dimensional rotations using Geometric Algebra

15:30-16:00 増田 康成 Yasunari Masuda (明治大学)

VR 空間内の多面体の形状把握に向けた観察手法の検討

The Examination of Observation Method for Understanding the Shape Grasp of Polyhedron in the Virtual Reality

8 月 30 日 (火)

10:00-10:30 五十嵐 治雄 Haruo Igarashi (早稲田大学)

射影と断面の組み合わせによる 4 次元インタラクティブシステム

4D Interaction System by Combining Projection and Cross Section

10:45-11:15 Marc ten Bosch (mtb design works, inc.)

n-Dimensional rigid body dynamics

11:30-12:00 稲生 啓行 Hiroyuki Inou (京都大学)

Visualization in complex dynamics in dimension two

14:00-15:00 安生 健一 Ken Anjyo (イマジカ・グループ/オー・エル・エム・デジタル)

3 次元 CG による形と動きの見え方と見せ方

A note on visual perception of shape and motion with 3DCG

15:15-15:45 寺尾 将彦 Masahiko Terao (山口大学) **講演キャンセル**

4 次元物体可視化のための色視覚情報処理入門

Visual processing of color: Introduction to achieve 4D perception

8月31日(水)

10:30-11:00 Marc ten Bosch (mtb design works, inc.)

Miegakure, a game that takes place in a four-dimensional world

11:15-11:45 松本 啓吾 Keigo Matsumoto (東京大学)

メビウスの帯を歩く-リダイレクテッドウォーキングの3次元への拡張

Walking the Mobius Strip - Extending Redirected Walking into the 3rd Dimension

14:00- Demo session (対面のみ. 会場: ホワイエ)